

# 中学・高校数学に騙されるな

(メンバー) 中村公亮、塩田涼二、横山怜哉、長谷川実里、村上遙

(アドバイザー) 深尾武史 教授

## 1. 目的

教職を目指すメンバーがほとんどなため、中学・高校数学に焦点を当て、実際には正確な論理でない箇所を発見し、これを大学数学で解決することを研究目的とした。

## 2. 計画

- ①中学・高校数学の問題点を探す
- ②一度中学・高校数学で習った証明方法を書き出す
- ③大学数学を利用して解決策を考える
- ④視覚的に理解できるように資料作成

## 3. 調査方法

実施期間 7月～10月

実験材料 中学・高校の教科書と参考書の定理やその証明を参考にする

(参考文献) 二澤 善紀 (2022) 「中等数学科教育の理論と実践」 ミネルヴァ書房

## 4. 活動経過

7月にプロジェクトリサーチを開始し、3回のメンバーと担当教員との話し合いを通して研究方向性を決定。夏休み中は各自が独自に研究を進め、エクセルを用いて情報を共有し、相互に研究成果報告を行った。9月に大学の後期が始まり、各自が夏休み中の研究内容を発表。研究成果をまとめ、プロジェクトリサーチの発表内容を大まかに決めた。その後、発表内容が決まったため Word と PowerPoint を使用して研究内容を整理。10月に発表日が近づく中、担当教員のフィードバックを得て全員で話し合いを行い最終決定。発表形式や内容の最終調整を行い、ポスターセッションで成果を展示し、メンバーそれぞれが順番で来賓者の質問に答えることができた。

## 5. 成果・結果等

三角関数の微分法と円の面積公式に関するところで、下に並べた4つの証明のように、循環論法になってしまっていることが分かった。この循環論法を回避するために大学の知識を生かして違う方法で証明することができないかを考えた。注目した点は、①の  $\sin x$  の微分が  $\cos x$  である事実で、参考資料を見ながらその証明の詳細を調べた。その結果、三角関数の  $\sin x, \cos x$  の定義を級数で行うことで、 $(\sin x)' = \cos x$  の証明において循環から抜けられることが分かった (図1)。同様にその他の公式も改めて見直し、循環論法からの回避を明確にした。このようにして、中学・高校では証明されているようで、実は不備のあった、定理の証明に大学数学を利用して解決し、結論として循環論法を回避した。

①  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$  を用いて三角関数  $(\sin(x))' = \cos(x)$  を証明

② 円の面積公式  $S = \pi r^2$  を用いて、おうぎ形 OAP の面積  $= \frac{\theta}{2\pi} S = \frac{1}{2} r^2 \theta$  を証明

③  $(\sin(x))' = \cos(x)$  を用いて半径  $r$  の円の面積公式  $S = \pi r^2$  を証明

④ おうぎ形の OAP の面積公式を用いて  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$  を証明

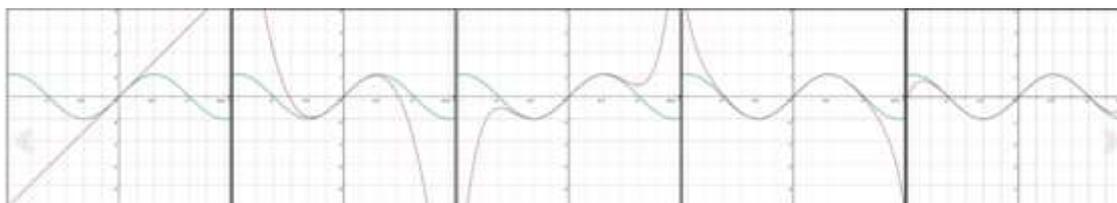


図1 三角関数の近似の様子