

中学・高校数学に
騙されるな！



2023年度プロジェクトリサーチ

中学・高校数学に騙されるな

(メンバー) 中村公亮、塩田涼二、横山怜哉、長谷川実里、村上遙

(アドバイザー) 深尾武史 教授

1. 目的

私たちはメンバーのほとんどが教職を目指していることから中学・高校数学について研究してみたいと考えた。そこで、中学・高校数学では学習指導要領の関係上生徒には証明を省略しているところや、実際には正しい論理であるとは言えないところ（つまり、数学では正しいとは言えないこと）を見つけて、そのことを大学数学で解決することを目的とした。

2. (計画)

手順0：中学・高校数学の問題点を探す

手順1：(証明の場合) 一度中学・高校数学で習った証明方法を書き出す

手順2：大学数学を利用して解決策を考える

手順3：視覚的に理解できるように資料作成

3. (調査方法)

・実施期間 7月～10月

・実施内容 夏休み期間に中学・高校の数学の定理や証明や、循環論法について、約30時間各自で研究を進める。その際に、エクセルに、活動日時、活動時間、活動内容を記入する。9月中旬以降、メンバー全員が集まり、報告や、研究についてまとめていく。

・実施材料 中学・高校の教科書と参考書の定理やその証明を参考にする。

4. (活動経過)

7月にプロジェクトリサーチを行うメンバーと担当教員で集まって、どのような研究を行うかといった話し合いを3回程度話し合い、今回の研究の方向性を決めた。8月から大学が夏休みに入ったため、集まって話し合いはしなかった。各自で研究内容について勉強を進めていき、エクセルを班のメンバー全員で共有して、研究を行った日に対して、どのような研究成果を得ることが出来たかを、相互に報告を行った。9月には大学の後期が始まったので、グループのメンバーで集まって、各自が夏休みの間、研究してきた内容を発表しあった。そして、研究成果として、どのようなことを発表するのかをグループで話し合いを行い、プロジェクトリサーチとして、発表を行う大まかな内容を決めた。その後、発表を行う大まかな内容が決まったため、決まった内容をWordとPowerPointを使ってまとめていく係と、よりよい研究成果を求め、研究を進めていく係に分けて、研究内容をより深いものにしていくための活動を行った。

10月からは発表の日が近づいて来たため、班のメンバーと担当教員で集まって、これまでの期間で、研究した成果を担当教員に見ていただき、全員で話し合いを行い、発表内容の最終決定を行った。そこで、発表内容が決まったため、WordとPowerPointを使って、文章や図を発表する紙にまとめていった。また、どのような形で発表すると、来賓者の方達に伝わりやすいかを話し合い、レイアウトや説明の仕方を決めた。ポスターセッションでは完成した研究成果を展示し、メンバーそれぞれが順番ずつ、来賓者の方達に発表していき、来賓者の方達の疑問や質問等に答えていくことができた。

5. (成果・結果等)

三角関数の微分法と円の面積公式に関するところで、下に並べた4つの証明のように、循環論法になってしまっていることが分かった。この循環論法を回避するために大学の知識を生かして違う方法で証明することができないかを考えた。注目した点は、①の $\sin x$ の微分が $\cos x$ である事実で、参考資料を見ながらその証明の詳細を調べた。その結果、三角関数の $\sin x, \cos x$ の定義を級数で行うことで、 $(\sin x)' = \cos x$ の証明において循環から抜けられることが分かった(図1)。同様にその他の公式も改めて見直し、循環論法からの回避を明確にした。このようにして、中学・高校では証明されているようで、実は不備のあった、定理の証明に大学数学を利用して解決し、結論として循環論法を回避した。

① $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$ を用いて三角関数 $(\sin(x))' = \cos(x)$ を証明

② 円の面積公式 $S = \pi r^2$ を用いて、おうぎ形 OAP の面積 $= \frac{\theta}{2\pi} S = \frac{1}{2} r^2 \theta$ を証明

③ $(\sin(x))' = \cos(x)$ を用いて半径 r の円の面積公式 $S = \pi r^2$ を証明

④ おうぎ型の OAP の面積公式を用いて $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$ を証明

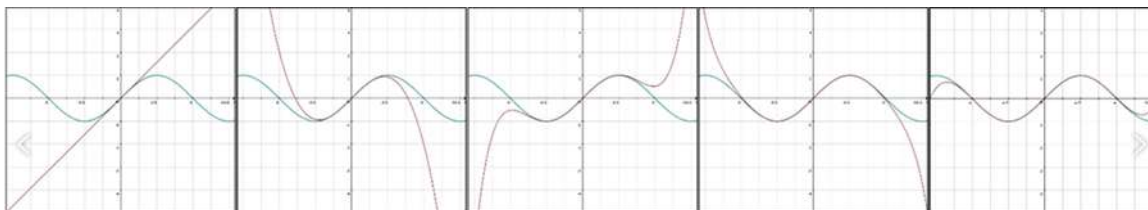


図1 三角関数の近似の様子

(参考文献)

二澤 善紀 (2022) 「中等数学科教育の理論と実践」 ミネルヴァ書房