

関数アート



2023年度プロジェクトリサーチ

プロジェクトリサーチ 活動報告書

関数アート 企画番号 5

アドバイザー：高橋隆史

メンバー：佐部利旭、大久保侑也

概要

ある画像に対してフーリエ級数展開を実行する事でその画像を三角関数で表現される式として描く。

目的

この活動の目的は、フーリエ級数展開を実行により三角関数を用いて様々な曲線を数式として表現することである。

計画

この活動の計画は、画像を読み込み、描きたい図形の座標を取得する。取得した座標を x 成分と y 成分に分けた後、それらを用いて区分求積法による積分を実行すれば、描くべき関数が求められるというものである。

調査方法

最初はそれぞれのメンバーで役割を分担して活動を進める。

(佐部利)

複素フーリエ級数展開についての理解を深める。大学の講義により実フーリエ級数展開は学習済みである為、実フーリエ級数展開が成立するものとして学習を進める。

(大久保)

Python を用いた関数の描画方法の学習やフーリエ級数展開のための積分をするプログラムの作成にあたる。

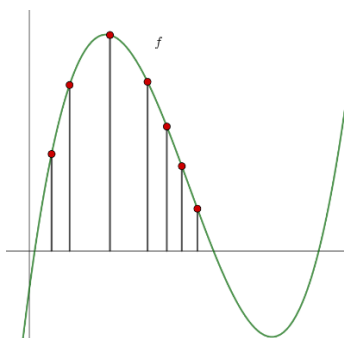
これ以降はそれぞれのメンバーが共同して活動を進める。

積分を区分求積法によるものに変えたプログラムを作成する。

OpenCV を用いた画像の取り扱い方を学ぶ。具体的には、画像の読み込みや描く図形の輪郭を抽出する方法を学習する。

最後に、画像の読み込みと輪郭の抽出、積分の実行によるフーリエ係数の導出、関数の描画を合わせて図形を描く。

※抽出した座標を用いた積分（区分求積法）について、描画すべき関数が分からなくても抽出した座標が関数上の点であると考えれば、区分求積法による積分が可能になる。



活動経過

活動経過は以下のとおりである。

6月15日 活動準備（実フーリエ級数展開の復習）

7月6日 活動開始（複素フーリエ級数展開、Python を用いた関数描画方法の学習）

8月22日 OpenCV による画像の読み込み、輪郭の抽出方法の学習

8月29日 画像の読み込みと輪郭の抽出、積分の実行、関数の描画を行うプログラムの作成

9月14日 プログラム完成

10月28・29日 ポスターセッション

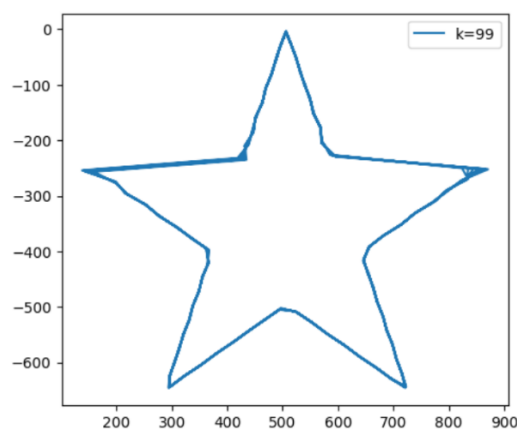
成果・結果等

完成したプログラムについて、簡単な図形であれば上手く描画する事が出来た。しかし、複雑な図形では線が二重になった。また一筆書き不可能な図形などの場合、意図しない点と点が線で結ばれるなどの課題が見られた。

(元画像)



(描画した画像)

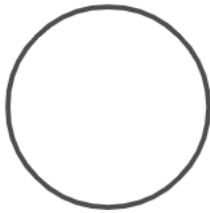


→星形であると認識できる具合には、描画できているが、部分的に線が重なっている箇所がある。

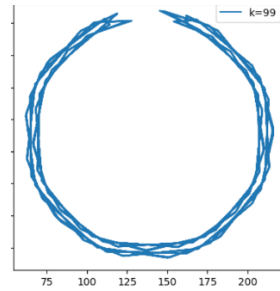
式として表現すると以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 f_x(t) &= 1012.992 + 2.302 \cos \frac{\pi}{L}t - 216.683 \sin \frac{\pi}{L}t + 0.323 \cos \frac{2\pi}{L}t - 14.955 \sin \frac{2\pi}{L}t + 0.555 \cos \frac{3\pi}{L}t - 17.675 \sin \frac{3\pi}{L}t \\
 &+ 2.244 \cos \frac{4\pi}{L}t - 52.664 \sin \frac{4\pi}{L}t - 1.802 \cos \frac{5\pi}{L}t + 33.871 \sin \frac{5\pi}{L}t - 1.021 \cos \frac{6\pi}{L}t + 16.018 \sin \frac{6\pi}{L}t \\
 &+ 1.786 \cos \frac{7\pi}{L}t - 23.937 \sin \frac{7\pi}{L}t - 1.785 \cos \frac{8\pi}{L}t + 20.98 \sin \frac{8\pi}{L}t - 0.148 \cos \frac{9\pi}{L}t + 1.557 \sin \frac{9\pi}{L}t \\
 &+ 1.474 \cos \frac{10\pi}{L}t - 13.728 \sin \frac{10\pi}{L}t - 1.347 \cos \frac{11\pi}{L}t + 11.43 \sin \frac{11\pi}{L}t + 1.202 \cos \frac{12\pi}{L}t - 9.34 \sin \frac{12\pi}{L}t \\
 &+ 0.502 \cos \frac{13\pi}{L}t - 3.584 \sin \frac{13\pi}{L}t - 1.813 \cos \frac{14\pi}{L}t + 12.07 \sin \frac{14\pi}{L}t + 1.61 \cos \frac{15\pi}{L}t - 10.051 \sin \frac{15\pi}{L}t \\
 &- 0.406 \cos \frac{16\pi}{L}t + 2.397 \sin \frac{16\pi}{L}t - 1.528 \cos \frac{17\pi}{L}t + 8.321 \sin \frac{17\pi}{L}t + 1.774 \cos \frac{18\pi}{L}t - 9.184 \sin \frac{18\pi}{L}t \\
 &- 0.857 \cos \frac{19\pi}{L}t + 4.175 \sin \frac{19\pi}{L}t - 0.321 \cos \frac{20\pi}{L}t + 1.495 \sin \frac{20\pi}{L}t + 1.657 \cos \frac{21\pi}{L}t - 7.325 \sin \frac{21\pi}{L}t \\
 &- 1.606 \cos \frac{22\pi}{L}t + 6.749 \sin \frac{22\pi}{L}t + 0.52 \cos \frac{23\pi}{L}t - 2.085 \sin \frac{23\pi}{L}t + 1.044 \cos \frac{24\pi}{L}t - 3.983 \sin \frac{24\pi}{L}t \\
 &- 2.032 \cos \frac{25\pi}{L}t + 7.459 \sin \frac{25\pi}{L}t + 1.098 \cos \frac{26\pi}{L}t - 3.854 \sin \frac{26\pi}{L}t + 0.365 \cos \frac{27\pi}{L}t - 1.224 \sin \frac{27\pi}{L}t \\
 &- 1.506 \cos \frac{28\pi}{L}t + 4.931 \sin \frac{28\pi}{L}t + 1.698 \cos \frac{29\pi}{L}t - 5.344 \sin \frac{29\pi}{L}t - 0.539 \cos \frac{30\pi}{L}t + 1.648 \sin \frac{30\pi}{L}t \\
 f_y(t) &= -756.3 - 259.739 \cos \frac{\pi}{L}t - 2.771 \sin \frac{\pi}{L}t + 55.582 \cos \frac{2\pi}{L}t + 1.169 \sin \frac{2\pi}{L}t + 8.817 \cos \frac{3\pi}{L}t + 0.28 \sin \frac{3\pi}{L}t \\
 &+ 42.762 \cos \frac{4\pi}{L}t + 1.827 \sin \frac{4\pi}{L}t + 10.094 \cos \frac{5\pi}{L}t + 0.531 \sin \frac{5\pi}{L}t + 12.441 \cos \frac{6\pi}{L}t + 0.789 \sin \frac{6\pi}{L}t \\
 &- 0.524 \cos \frac{7\pi}{L}t - 0.035 \sin \frac{7\pi}{L}t + 1.623 \cos \frac{8\pi}{L}t + 0.141 \sin \frac{8\pi}{L}t - 4.306 \cos \frac{9\pi}{L}t - 0.416 \sin \frac{9\pi}{L}t \\
 &+ 0.337 \cos \frac{10\pi}{L}t + 0.03 \sin \frac{10\pi}{L}t - 1.492 \cos \frac{11\pi}{L}t - 0.173 \sin \frac{11\pi}{L}t + 3.448 \cos \frac{12\pi}{L}t + 0.452 \sin \frac{12\pi}{L}t \\
 &+ 1.417 \cos \frac{13\pi}{L}t + 0.194 \sin \frac{13\pi}{L}t + 2.946 \cos \frac{14\pi}{L}t + 0.434 \sin \frac{14\pi}{L}t + 0.836 \cos \frac{15\pi}{L}t + 0.15 \sin \frac{15\pi}{L}t \\
 &+ 1.343 \cos \frac{16\pi}{L}t + 0.247 \sin \frac{16\pi}{L}t - 0.881 \cos \frac{17\pi}{L}t - 0.164 \sin \frac{17\pi}{L}t + 0.066 \cos \frac{18\pi}{L}t + 0.004 \sin \frac{18\pi}{L}t \\
 &- 0.877 \cos \frac{19\pi}{L}t - 0.185 \sin \frac{19\pi}{L}t + 0.487 \cos \frac{20\pi}{L}t + 0.101 \sin \frac{20\pi}{L}t + 0.132 \cos \frac{21\pi}{L}t + 0.032 \sin \frac{21\pi}{L}t \\
 &+ 0.951 \cos \frac{22\pi}{L}t + 0.223 \sin \frac{22\pi}{L}t + 0.582 \cos \frac{23\pi}{L}t + 0.14 \sin \frac{23\pi}{L}t + 1.04 \cos \frac{24\pi}{L}t + 0.273 \sin \frac{24\pi}{L}t \\
 &- 0.045 \cos \frac{25\pi}{L}t - 0.01 \sin \frac{25\pi}{L}t + 0.225 \cos \frac{26\pi}{L}t + 0.06 \sin \frac{26\pi}{L}t - 0.441 \cos \frac{27\pi}{L}t - 0.131 \sin \frac{27\pi}{L}t \\
 &+ 0.023 \cos \frac{28\pi}{L}t + 0.005 \sin \frac{28\pi}{L}t - 0.22 \cos \frac{29\pi}{L}t - 0.065 \sin \frac{29\pi}{L}t + 0.293 \cos \frac{30\pi}{L}t + 0.099 \sin \frac{30\pi}{L}t
 \end{aligned}$$

(元画像)



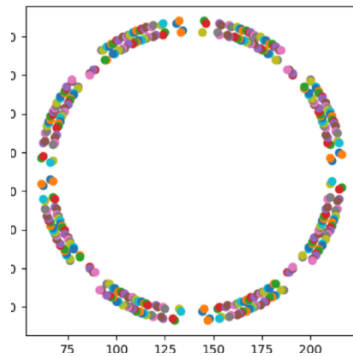
(描画した画像)



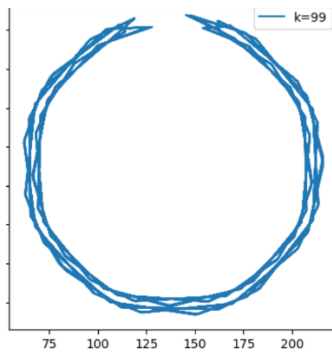
→輪郭として抽出する際に、OpenCV の findContours 関数を用いているが、円の内側と外側を別の輪郭として座標を抽出してしまっている為、線が二重になっている。

以下に示すように、この図形の場合は特別に抽出した座標の前半部分を使用する事で問題を解決できる。これは抽出する座標の順番によるものである。

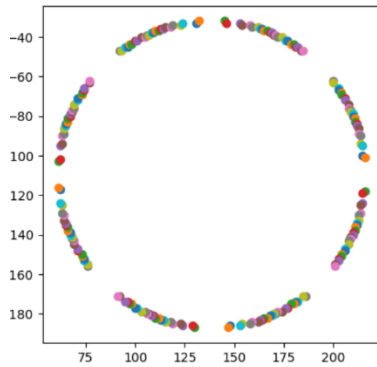
(修正前の座標)



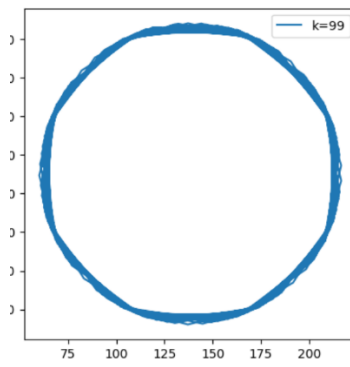
(修正前に描画した画像)



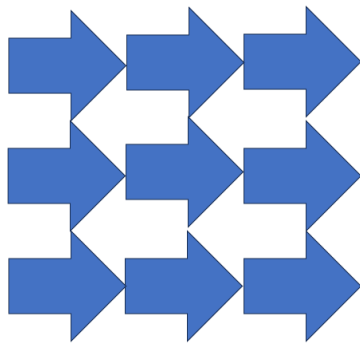
(修正後の座標)



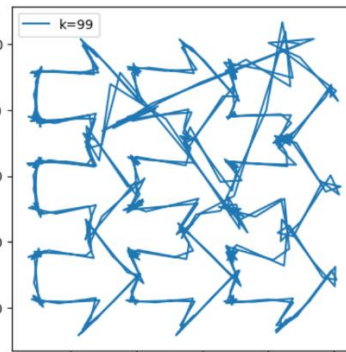
(修正後に描画した画像)



(元画像)



(描画した画像)

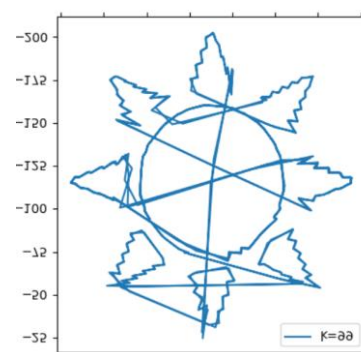
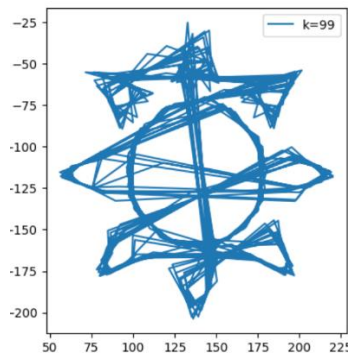


➡抽出する座標の順番に問題があると考えられる為、余分な線が描き足されている。

(元画像)



(描画した画像)



➡フーリエ級数展開する際の周期を変更する事で線の重なりが少し解消される事もある。この図形の場合、周期を5倍にした。

参考資料

フーリエ解析 馬場敬之 マセマ出版社 令和3年12月16日 改訂8 初版発行

(演習) フーリエ解析 馬場敬之 マセマ出版社 令和4年11月1日 改訂1 初版発行

OpenCVによる画像処理入門 講談社 小枝正直、上田悦子、中村恭之
2022年12月6日 第1刷発行

Hatena Blog Python 輪郭の検出とその座標の抽出「OpenCV」

<https://hk29.hatenablog.jp/entry/2020/02/01/162533>

Pystyle OpenCV-findContoursで画像から輪郭を抽出する方法

https://pystyle.info/opencv-find-contours/#outline_1

Qiita OpenCVで画像の平滑化を試みた

<https://qiita.com/shoku-pan/items/07ec25f1d50629fed698>

findContours関数のまとめ

<https://qiita.com/anyamaru/items/fd3d894966a98098376c#:~:text=OpenCV%E3%81%A7%E7%94%BB%E5%83%8F%E3%81%AE%E8%BC%AA%E9%83%AD%E6%8A%BD%E5%87%BA%E3%82%92%E8%A1%8C%E3%81%86%E5%A0%B4%E5%90%88%E3%81%AB%E3%81%AF%E3%80%81findContours%E3%81%A8%E3%81%84%E3%81%86%E9%96%A2%E6%95%B0%E3%82%92%E4%BD%BF%E3%81%84%E3%81%BE%E3%81%99%E3%80%82,%E7%AC%AC%E4%B8%80%E5%BC%95%E6%95%B0%E3%81%AB%E5%85%A5%E5%8A%9B%E7%94%BB%E5%83%8F%E3%80%81%E7%AC%AC%E4%BA%8C%E5%BC%95%E6%95%B0%E3%81%AB%E6%8A%BD%E5%87%BA%E3%83%A2%E3%83%BC%E3%83%89%E3%80%81%E7%AC%AC%E4%B8%89%E5%BC%95%E6%95%B0%E3%81%AB%E8%BF%91%E4%BC%BC%E6%89%8B%E6%B3%95%E3%82%92%E5%8F%96%E3%82%8A%E3%81%BE%E3%81%99%E3%80%82>