



企画番号：6

企画タイトル： 機械学習でみる跳ね返りやすさ



プロジェクトリサーチ 活動報告書

企画ナンバー6

機械学習でみる跳ね返りやすさ

提出日：2022年11月8日

1 研究概要

1.1 目的

本研究では、金属材料の反発係数を調査し、相関のあるパラメータを明らかにすることを目的とした。

1.2 活動計画

8月上旬に球体を落下させる床材で用いる花崗岩を研磨し、表面性状を整える。8月中旬から9月上旬にかけて、各球を100回落下させた時の跳ね返り高さを計測し、それを基に反発係数を算出する。9月中旬から今回使用した球材の硬さ試験を行い、硬さと反発係数の関係性を考察する。

1.3 調査方法

1. 金属球を500 mmの高さから自由落下させて、その様子を動画で撮影する。
2. 動画から跳ね返り高さを測定する。
3. 測定した跳ね返り高さを基に反発係数を算出する。
4. 材料の硬さ試験を行い、金属の硬さが跳ね返りやすさに及ぼす影響を考察する。

1.4 活動経過

8月初旬と9月初旬に金属球を落下させて実験を行い、跳ね返り高さのデータを採取した。このデータを基に反発係数を算出した。9月には実験前後で試料表面にどのような変化が起きたかを実体顕微鏡で観察した。また、試料の硬さ試験を行い、解析に用いる特徴量とした。

1.5 結果

本研究では、機械学習を用いて分析することを想定したが、時間の都合上実施できなかった。ただし、実験によって以下の結果を得ることができた。

1. 各金属球の反発係数及びビッカース硬さは、表1-5-1のように得た。

表 1-5-1 実験で得られた反発係数

材質	鉛 (Pb)	銅 (Cu)	アルミ ニウム (Al)	真鍮	ニッケル (Ni)	ステン レス鋼 (SUS)	チタン (Ti)	クロム 鋼 (Cr)	タング ステン (W)	タング ステン カーバ イド (WC)
反発係数	0.275	0.656	0.694	0.714	0.797	0.813	0.819	0.866	0.875	0.877
ビッカース硬さ	6.04	10.5	88.2	145.7	242.1	247.6	231.4	734.5	330.4	235.1

2. 反発係数とビッカース硬さの相関係数は0.6となり、両者に正の相関があることがわかった。

2 活動報告

2.1 はじめに

物体が衝突した際の物体の挙動や跳ね返る現象について知ることは、材料の物性の違いを知ることにつながるだけでなく、各種製品の衝突安全性を高める面においても重要である。

本研究では、物性値のひとつである反発係数について、材質の異なる金属間でどのような違いがあるのかを明らかにすること、また反発係数と相関のあるパラメータを明らかにすることを目的とした。

反発係数とは、物質の跳ね返りやすさを表す無次元の物理量で、物質によって異なる。その値は0から1の間をとり、1に近づくほど跳ねやすい性質をもつ。仮に反発係数が近い値をとる物質があれば、性質に何らかの類似点があると考えられる。そこで、反発係数がどのようなパラメータによって左右されるのかを、反発係数が近い値をとる物質の類似点から推測し、反発係数の実験式を求めることを目的とした。

なお、落下実験は機械工学・ロボティクス課程の森正和先生に協力いただき、データの処理・評価は情報メディア課程の奥健太先生のご指導の下行った。

2.2 研究背景

『物理 改訂版』（植松ら 2019）では、「反発係数は、衝突におけるはね返りの度合いを表す量である。その値は、物体や壁の材質などによって決まり、衝突する速さにほとんど関係しない。」とある。反発係数は材質以外の他、何に関係するのか、また反発係数はどのようなメカニズムで材質による差が生まれているのかという点に興味を抱いたため、高校時代に反発係数について研究を行った。この成果は龍谷理工ジャーナル No.82 VOL.34-1 に『付属平安高校高大連携科目「理数研究」2019 年度研究報告』として投稿した。しかし、当時は予算の関係で安価な木材を中心とした、限られた材料でしか実験が行えなかったため、プロジェクトリサーチの期間を使って、金属材料の場合は反発係数がどのような値になるのか研究を行うことにした。

2.3 原理

2.3.1 反発係数

反発係数 e は、物体の壁や床との衝突の場合、衝突前後の速さを基に次式で算出することができる。

$$e = \frac{|v'|}{|v|} \quad (1)$$

上式における v は衝突直前の速度、 v' は衝突直後の速度を表している。また、物体を自由落下させた場合、力学的エネルギー保存則より v は、球体を落下させる高さを h とおくと、以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= mgh \\ v^2 &= 2gh \\ v &= \sqrt{2gh} \end{aligned} \quad (2)$$

同様に、 v' は跳ね返った高さ h' を用いて次式で表すことができる。

$$v' = \sqrt{2gh'} \quad (3)$$

式(1)に、式(2)と式(3)を代入すると、反発係数は次式で表すことができる。

$$e = \frac{\sqrt{2gh'}}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{h'}{h}} \quad (4)$$

式(4)のように、反発係数は落下前の高さと跳ね返った高さの比の平方根で求めることができる。

2.3.2 ビッカース硬さ

ビッカース硬さは、圧子を試験面に押しつけ、その圧痕を基に硬度を定量化する指標である。ビッカース試験で用いられる圧子はダイヤモンド製の正四角錐である。このため、形成される圧痕はピラミッド型のくぼみとなる。試験力を F 、圧痕の対角線を d とすると、ビッカース硬さ HV の求め方は次式で求めることができる。

$$HV = 0.102 \times 2 \sin 68^\circ \left(\frac{F}{d^2} \right) = 0.1891 \left(\frac{F}{d^2} \right) \quad (5)$$

通常、試験力は98.07 [mN]から980.7 [N]の力が用いられる。また、硬さ値を640、試験力を394.2 [N](30 [kgf])とした時、ビッカース硬さは、640HV30と表示される。

ビッカース硬さの特徴は大きく2点ある。

第1に、高硬度な材料の硬さ試験を行うことができる点である。ビッカース試験のように、圧子を押しさえつけるタイプの硬さ試験では、試験に用いる圧子よりも低硬度な材料でなければ硬さを測定することができない。ビッカース硬さ試験ではダイヤモンドを圧子の材料として用いているため、高硬度な材料の硬さ試験を可能としている。

第2に、圧痕のサイズが非常に小さい点である。ビッカース硬さ試験と同様の原理で硬さを測定するブリネル硬さ試験では、材料表面に大きくくぼみを形成する。このため、製品面の硬さ試験には不向きとなっている。それに対し、ビッカース硬さでは非常に小さな圧痕を基に評価するため、製品面の硬さ測定において非常に有利である。

また、近年マイクロビッカース試験器の実用化がされている。通常のビッカース試験器で

は、試験力が 98.07 [mN] から 980.7 [N] の力を用いるのに対し、マイクロビッカース試験機では 98.07 [mN] 以下の力で硬さ試験を行うことができる。これにより、箔などの薄い試料、めっき層や浸炭層などの表面層、金属の微細組織の硬さなどを測定することができる。さらに、薄膜やマイクロ材料の表面硬さを測定するために、ナノオーダーのくぼみ測定を可能にする超微細試験力硬さ試験機の実用化が進められている背景がある。

2.3.3 t 検定を用いた統計解析

t 検定とは、あらかじめ算出した統計量 T と t 分布表に示される値を比較することで、母相関係数がゼロ（無相関）であるかどうか判定する統計方法である。 t 検定を行うにあたり、3つの値が必要となる。

第1に、統計量 T である。 t 検定における統計量は次式で求めることができる。

$$T = \frac{|r_{xy}| \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}} \quad (6)$$

上式において、 r_{xy} はピアソンの積率相関係数を、 n はサンプル数を示している。

第2に、サンプル数である。サンプル数は統計量を算出するためだけでなく、 t 分布表を読むときにも必要となる。また、 t 分布表では、サンプル数が一定数を超えると、10個区切りになり、その後、無限大となっている。そのため、検定に用いるサンプル数がどの行に属しているか、又は線形性を仮定して算出するかを、場合に応じて考える必要がある。

第3に優位水準である。優位水準は、立てた仮説の棄却域を決定する値であり、 t 分布表を読むときにも必要である。一般的には、5%を棄却域として扱っている。また、 t 分布表を読むとき、両側検定の場合は2.5%の列を、片側検定の場合は5%の列を用いる。

これらを基に算出又は読み取った値を比較し、統計量の方が大きい場合、その母相関係数がゼロ（無相関）である仮定が棄却される。逆に、 t 分布表の値の方が大きい場合、その母相関係数がゼロ（無相関）である仮定が採択される。

2.3.4 ピアソンの積率相関係数

今回の統計解析において用いた「ピアソンの積率相関係数 r_{xy} 」とは、量的な2変数間の直線関係性を示す指標であり、一般的に用いる相関係数は、これである。そして、ピアソンの積率相関係数は次式で求めることができる。

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} \quad (7)$$

上式において、 s_{xy} は、2変数間の共分散を、 s_x 及び s_y は、各変数の標準偏差を示している。

ピアソンの積率相関係数の特徴は、係数の値が-1から1の範囲内の実数値となる点である。2変数間に相関がないほど、積率相関係数は0に近い値となる。また、積

率相関係数がマイナスの場合は負の相関を，プラスの場合は正の相関を有している．
ただし積率相関係数における注意点は，相関があるからといって因果関係があるとはいえない点であり，論理的に相関関係と因果関係が異なることと同じである．

2.4 実験方法

- (1) 金属球を 500 mm の高さから自由落下させ、床材の花崗岩に衝突して跳ね返る高さを測定した。実験に使用した金属球は表 2-4 の通りである。

表 2-4 実験に使用した金属球の材質

材質	アルミニウム (Al)	ステンレス鋼 (SUS)	クロム鋼 (Cr)	ニッケル (Ni)	チタン (Ti)	銅 (Cu)	真鍮	鉛 (Pb)	タングステン (W)	タングステンカーバイド (WC)
直径 [mm]	20	25	19.05	8	20	20	9.85	9.95	5	10
質量 [g]	11	65	28	2.0	19	37.5	35	6.0	測定不能	8

表 2-4 において、各球はインターネットで購入したものであり、その組成が不明であることから、本研究では各球に含まれる不純物については考慮していない。なお、組成は追実験を行って明らかにする予定である。タングステン球の質量は、秤が 0.0g としか表示しなかったため、測定不能とした。

また、落下実験を行うにあたり、落下回数ごとの標準偏差を求め、標準偏差がある一定の値に落ち着き、回数の増加に伴う減少傾向が確認できなくなった回数を実験回数とし、その回数落下させた際の高さから反発係数を求めることとした。

- (2) 測定した跳ね返り高さを基に、式 (4) を用いて反発係数を算出した。
- (3) 材料の硬さ試験を行い、金属の硬さが跳ね返りやすさに及ぼす影響を考察した。

2.5 活動経過

今回の実験で使用する花崗岩を、小熊・神谷・中山が 8 月 8 日に 5 号館工作室にて、耐水ペーパーを用いて研磨した。このとき、耐水ペーパーは #240, #400, #800, #1500, #2000 の順で使用して研磨した。図 2-5-1 に研磨の様子を示す。



図 2-5-1 研磨の様子

図 2-5-1 のように、木片に耐水ペーパーを巻いて花崗岩上を前後させることで表面を研磨した。

8月9日、小熊・神谷は1号館342室にて花崗岩と実験球の衝突の瞬間をハイスピードカメラを用いて撮影した。その後、落下実験を行い、跳ね返り高さをビデオカメラで測定した。このとき、球体の落下に際しては50 cmの高さに木板を固定し、そこに球の上面を当て、手を放すことで自由落下させた。9日の実験では、球体のサイズが小さかったため、手で持つことができず、タングステン・ニッケルの落下実験を行うことができなかった。また時間の関係上、チタンの落下実験を行うことができなかった。

9月5日、神谷はタングステン・ニッケルを一定の高さから落とすための装置を作成した。装置の写真を図 2-5-2 に示す。



図 2-5-2 落下装置

図 2-5-2 の装置は、2枚の木材に円形の穴を空けたものを重ねた構造になっており、上側の穴に球を入れ、下側の木板を手前に引くと、ちょうど2枚の木板の穴が重なり、球が落下する仕組みになっている。この装置によって、常に一定の高さから試料を落下させることができる。

9月6日、小熊・神谷は神谷が作成した装置を用いてタングステン・ニッケル・チタンの落下実験を行った。このときの実験環境を図 2-5-3 に示す。



図 2-5-3 実験環境

図 2-5-3 のように、台車に乗せた花崗岩にスケールを三脚で固定して立てた。落下装置の下端を花崗岩から 500 mm の位置に固定し、各種球を落下させ、映像を記録した。

8月9日及び9月6日に行った実験の跳ね返った高さの測定は神谷が自宅で、9月3日、8日、9日、13日、16日、17日、19日、20日に行った。

2.6 実験結果

110 回落下させた際のから得られた各球の反発係数を表 2-6 に、表 2-6 を図示したものを図 2-6-1 に示す。

表 2-6 各球の反発係数

材質	Pb	Al	真鍮	Ni	SUS	Ti	Cr	W	WC
反発係数	0.275	0.656	0.694	0.719	0.813	0.819	0.866	0.875	0.877

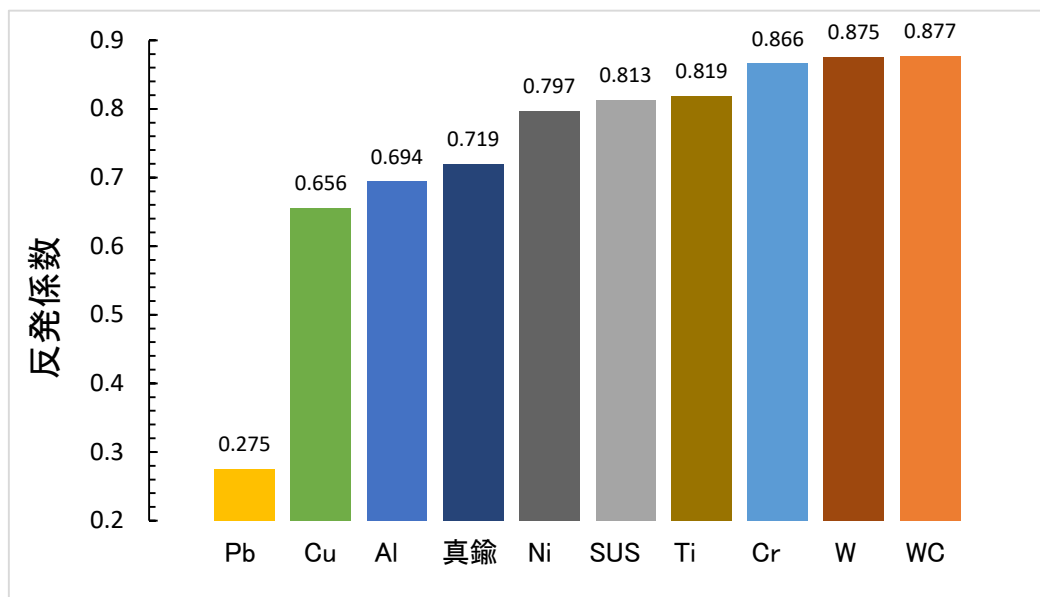


図 2-6-1 各球の反発係数

表 2-6 より、最も反発係数が大きくなったのはタングステンカーバイドであることがわかる。次いでタングステンの反発係数が大きいですが、両者の差は 0.002 であり、値は 99.8%一致

している。一方、鉛の反発係数が試料中最も小さく、0.275 となった。これはタングステンカーバイドの 31%の値である。

図 2-6-1 より、各金属球の反発係数は鉛を除いて 0.656 から 0.877 まで範囲があることがわかる。また、ニッケル・ステンレス・チタン、クロム鋼・タングステン・タングステンカーバイドのように、値が 0.02 の範囲に収まっており、グループ化できるものがある一方、銅・アルミニウム・真鍮のように各値がそれぞれ離れているものもあることがわかる。

次に、落下前後の球の表面を図 2-6-2-1 から図 2-6-2-20 に示す。

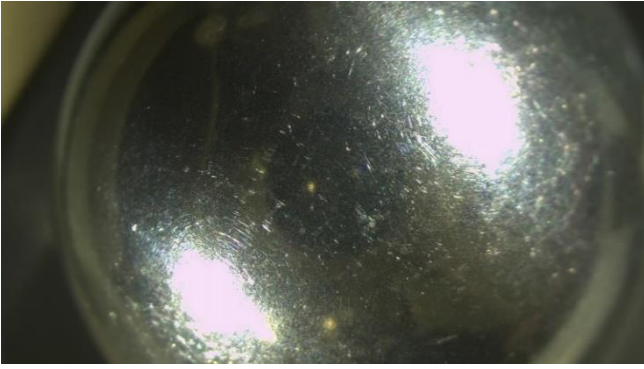


図 2-6-2-1 アルミニウム落下前

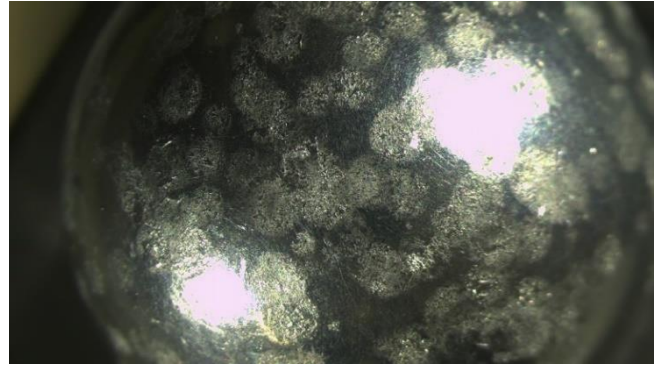


図 2-6-2-2 アルミニウム落下後

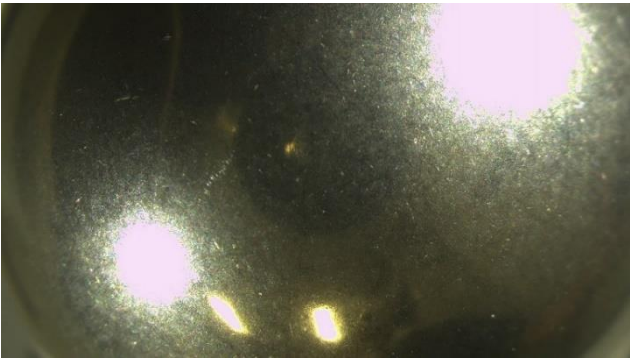


図 2-6-2-3 ステンレス鋼落下前

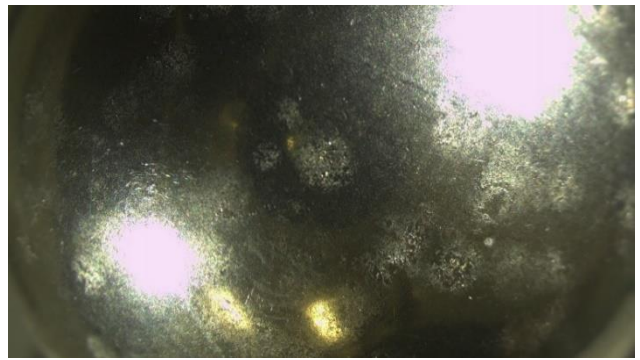


図 2-6-2-4 ステンレス鋼落下後

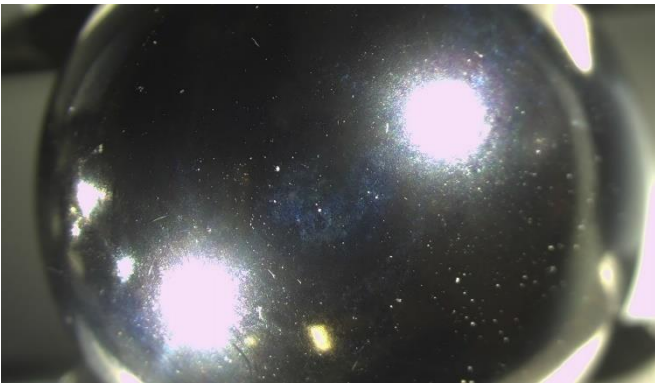


図 2-6-2-5 クロム鋼落下前

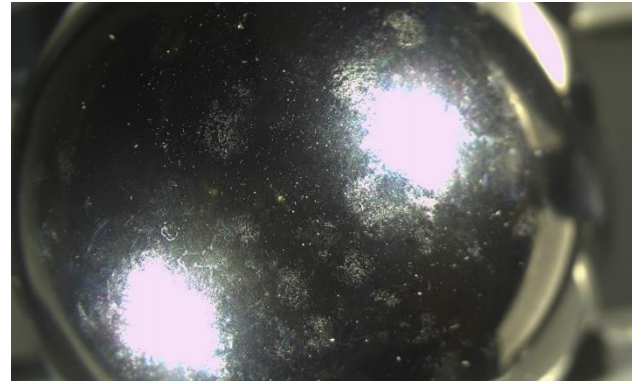


図 2-6-2-6 クロム鋼 落下後

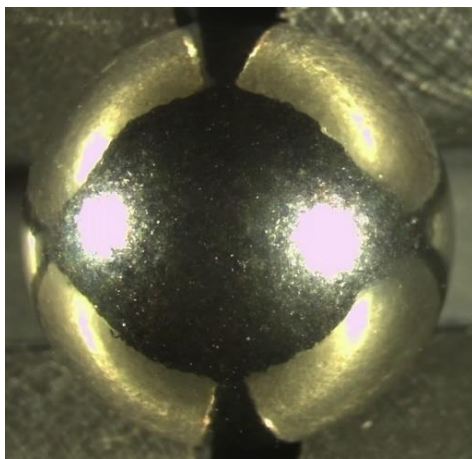


図 2-6-2-7 ニッケル落下前

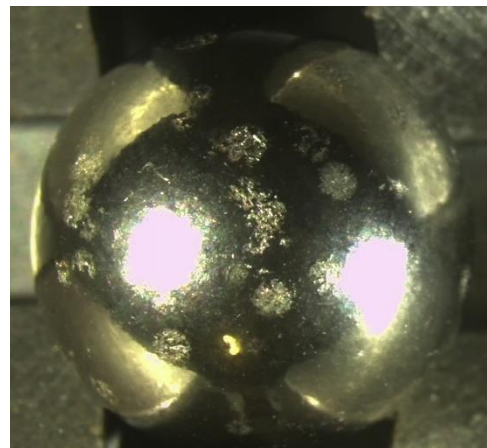


図 2-6-2-8 ニッケル落下後

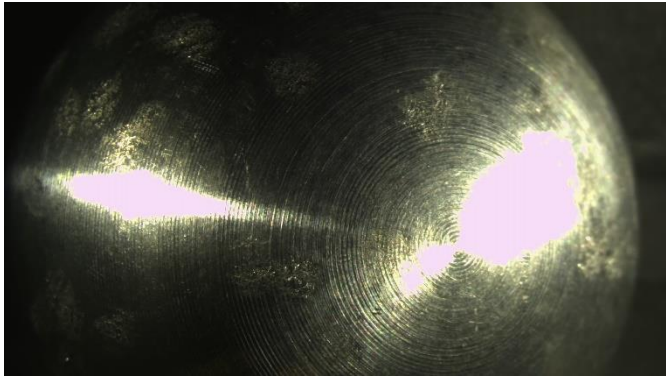


図 2-6-2-9 チタン落下前



図 2-6-2-10 チタン落下後

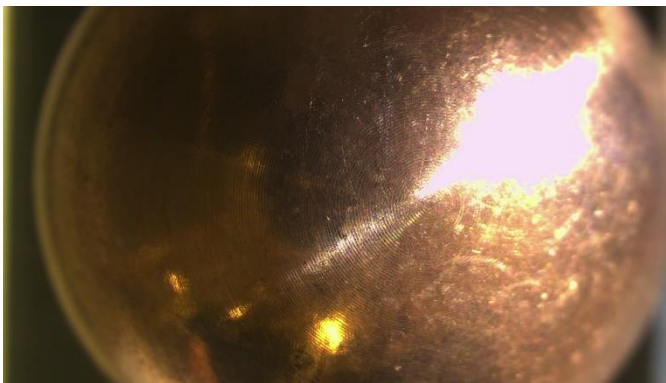


図 2-6-2-11 銅落下前



図 2-6-2-12 銅落下後

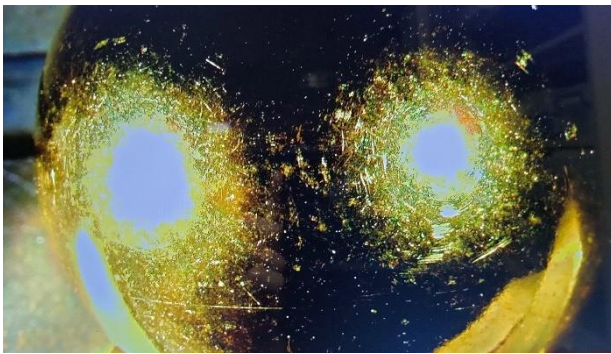


図 2-6-13 真鍮落下前

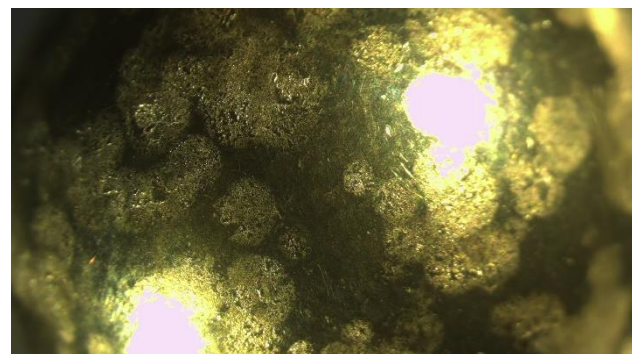


図 2-6-14 真鍮落下後

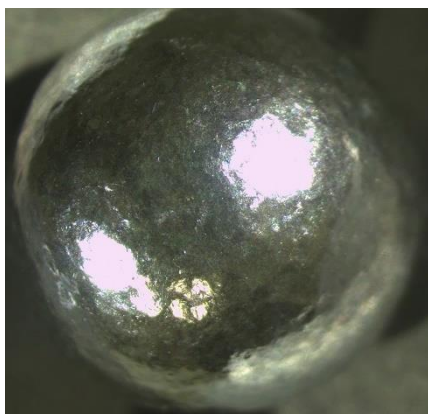


図 2-6-15 鉛落下前

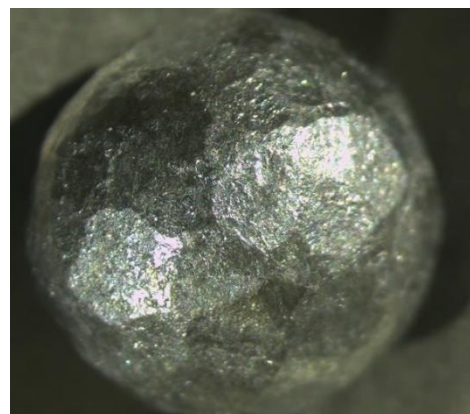


図 2-6-16 鉛落下後

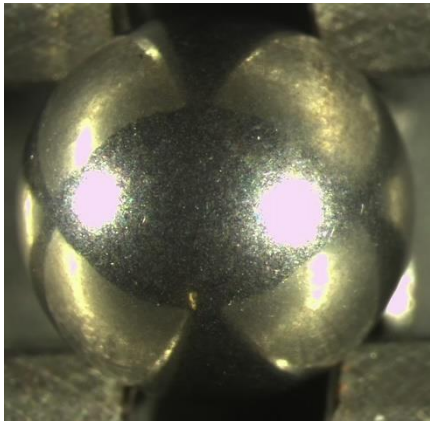


図 2-6-17 タングステン落下前

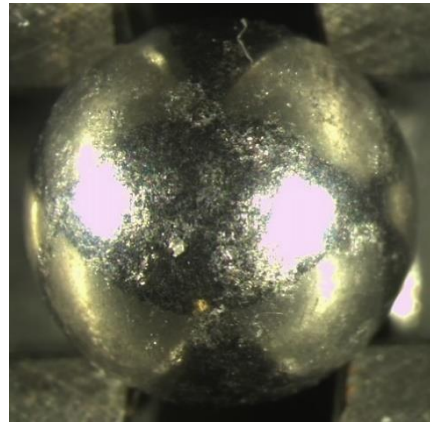


図 2-6-18 タングステン落下後

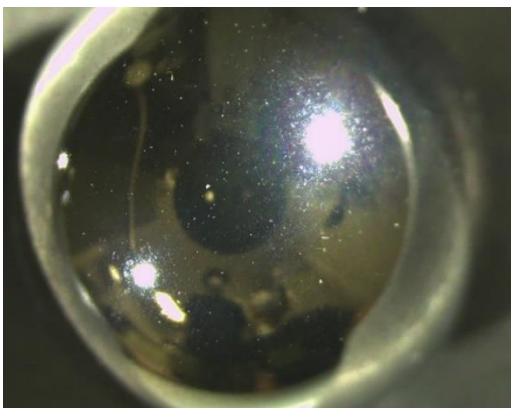


図 2-6-19 タングステンカーバイド落下前

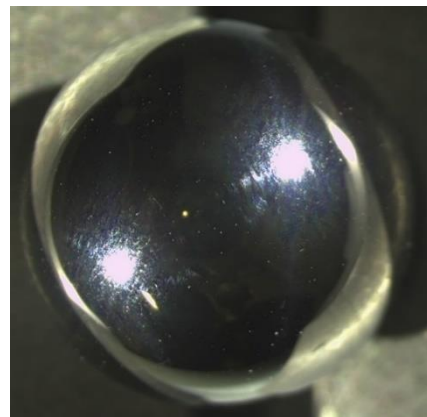


図 2-6-20 タングステンカーバイド落下後

図 2-6-2-1 と図 2-6-2-2 はアルミニウムの落下前後の表面の写真である。落下前には表面に大きな傷はないが、落下後には円形の圧痕が無数についていることがわかる。圧痕の表面は一様でなく、梨地のような表面である。

図 2-6-2-3 と図 2-6-2-4 はステンレス鋼の落下前後の表面の写真である。アルミニウム同様に落下前には表面に大きな傷はないが、落下後には円形の圧痕がついていることがわかる。ただし、その数はアルミニウムより少なく、また大きさも小さい。

図 2-6-2-5 と図 2-6-2-6 はクロム鋼の落下前後の表面の写真である。落下前には表面に大きな傷はないが、落下後には円形の圧痕が無数についており、その大きさはアルミニウムやステンレス鋼よりも小さい。

図 2-6-2-7 と図 2-6-2-8 はニッケルの落下前後の表面の写真である。ニッケルでは圧痕が明瞭に確認でき、それぞれバラバラの位置にある。

図 2-6-2-9 と図 2-6-2-10 はチタンの落下前後の表面の写真である。落下前のチタン球は旋盤で加工された跡が見られる。落下後では圧痕の上からも加工痕が確認できるところと、加工痕がつぶれている箇所があることから、凹みの深さは加工痕の凹凸程度であると考えられる。

図 2-6-2-11 と図 2-6-2-12 は銅の落下前後の表面の写真である。落下前の銅球はチタン球同様に旋盤で加工された跡が見られる。落下後の写真では、圧痕の上から加工痕が確認できず、加工痕がつぶれている。このことから、凹みの深さは加工痕の凹凸よりも深いと考えられる。また、圧痕の表面は一様でなく、一部で盛り上がりが見られる、梨地のような表面で、アルミニウムとよく似ている。

図 2-6-2-13 と図 2-6-2-14 は真鍮の落下前後の表面の写真である。落下後の圧痕の表面はアルミニウムや銅とよく似ている。

図 2-6-2-15 と図 2-6-2-16 は鉛の落下前後の表面の写真である。落下前は球体であったが、落下後には球表面に平面ができ、多面体に変形している。また、落下時の衝撃によって形成されたと考えられる各面は円形ではない。鉛の落下前後の写真を比較すると、他の球では圧痕として見られた衝突時の痕跡が、鉛では変形として確認できる。このように変形にエネルギーが使用されたことで、跳ね返りにエネルギーが使われず、反発係数が小さい値となった可能性が考えられる。

図 2-6-2-17 と図 2-6-2-18 はタングステンの落下前後の表面の写真である。落下後の表面には圧痕が明瞭に確認でき、それぞれバラバラの位置にあり、ニッケルの落下後の様子と似ている。

図 2-6-2-19 と図 2-6-2-20 はタングステンカーバイドの落下前後の表面の写真である。両者を比較すると落下後の表面に圧痕が見られず、球表面の変化は確認できない。

次に、落下させた金属球を切断又は研磨してビッカース硬さを測定した。その結果を表 2-7 に示す。

表 2-7 各金属球のビッカース硬さ

材質	Pb	Al	真鍮	Ni	SUS	Ti	Cr	W	WC	Pb
ビッカース硬さ HV	6.04	10.46	88.24	145.68	242.08	247.56	231.38	734.54	330.42	235.06

表 2-6 及び表 2-7 を基に、反発係数とビッカース硬さの関係を図 2-6-3 に示す。但し、縦軸を反発係数、ビッカース硬さを横軸に示す。また、横軸のビッカース硬さは、常用対数を用いることとする。

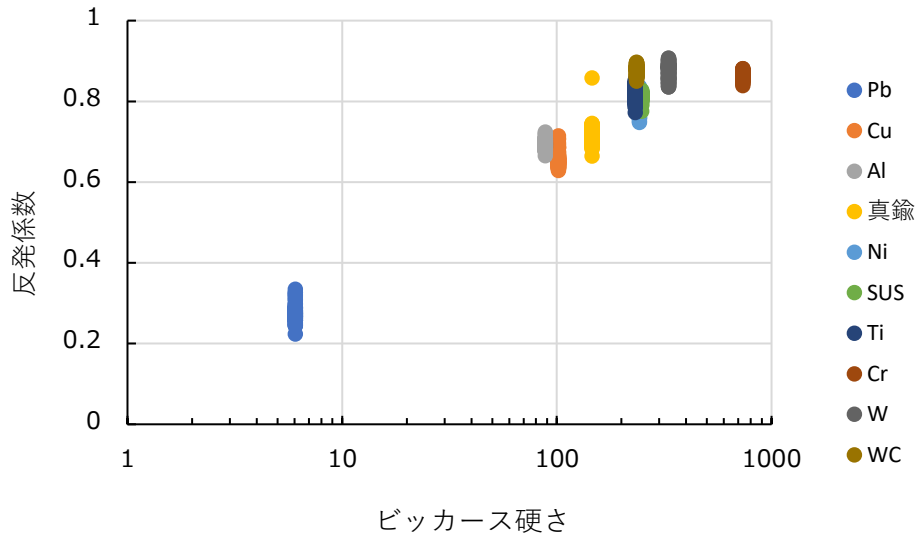


図 2-6-3 反発係数とビッカース硬さの関係性

図 2-6-3 より、ビッカース硬さの常用対数と反発係数には、線形性があると考えられる。このことから、反発係数はビッカース硬さのべき乗で増加する可能性が挙げられる。

2.7 考察

今回、ピアソンの積率相関係数と t 分布表を用いて、反発係数とビッカース硬さの間に相関があるのか「ピアソンの積率相関係数の無相関の t 検定」を行った。

ここで、「反発係数とビッカース硬さには、正の相関がある」という仮説を立てた。これに対する帰無仮説は、「反発係数とビッカース硬さには、正の相関ではない」となる。そして今回の実験で得られた実験値を基に、Excel に搭載されている「PEARSON」を用いてピアソンの積率相関係数を算出した。その結果、0.624 という値を得ることができた。式(6)より、統計量 T は次のようになる。

$$T = \frac{|r|\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0.624 \times \sqrt{1000-2}}{\sqrt{1-0.624^2}} = 25.2$$

今回の実験におけるサンプルは 10 種の球を各 100 回ずつ落下実験を行ったため、1000 個ある。このため t 分布表における自由度 k は、無限大であると考えられる。また片側検定を行うことで、帰無仮説の優位性に関して考えることができるため、棄却域 α を 0.05 と設定した。 T 分布表より、1.645 という値を得ることができる。

1.645 は、今回の実験値から得られた統計量よりも小さいため、今回立てた帰無仮説は棄却される。よって、優位水準 5% で、反発係数とビッカース硬さの母相関係数は、0 より大きいと考えられる。

2.8 結論

本研究は金属材料の反発係数を調査し、相関のあるパラメータを明らかにすることを目的とし、以下の事項が明らかになった。

- ・各球の反発係数は、表 2-8-1 のようになった。

表 2-8-1 各球の反発係数

材質	Pb	Al	真鍮	Ni	SUS	Ti	Cr	W	WC
反発係数	0.275	0.656	0.694	0.719	0.813	0.819	0.866	0.875	0.877

- ・反発係数とビッカース硬さには、正の相関がある。

2.9 今後の研究課題

- ・試料の組成を調査
- ・ヘルツ応力を考慮し、衝突時の応力を計算、圧痕の大きさとの関係を考察
- ・床材の表面粗さと硬さの計測
- ・硬さ以外に反発係数と相関のあるパラメータを探る
- ・機械学習を用いて反発係数の実験式の構築・提案

3 参考文献

『物理 改訂版』植松恒夫・酒井啓司・下田正，啓林館，平成 29 年， pp.44

『改訂 機械材料学』日本材料学会，2016， pp.88

『44 の例題で学ぶ統計的検定と推定の解き方』オーム社，2014，上田拓治 p 94-95