

「第 10 回 広島・明治・龍谷 合同合宿」に参加して

松原 久

Hisashi MATSUBARA

数理情報学専攻修士課程 2 年

1. はじめに

私は 2017 年 9 月 7 日, 8 日に広島県にあるグリーンピアせとうちで行われた「第 10 回 広島・明治・龍谷 合同合宿 絡み合う 数理・分子・生命科学」に参加した. これは広島大学大学院理学研究科数理分子生命理学専攻が主催する合宿である. この合宿には, 広島大学・明治大学・龍谷大学の学生・教員が参加する. 今年は龍谷大学から 8 人の大学院生が参加した. 私はそこで「SKT cross-diffusion 方程式に対する定常極限方程式の解の一意性」というタイトルで口頭発表した.

2. 合宿について

近年, 生命現象などの複雑な自然現象を数理モデルで表現されており, 多くの研究者が分野を超えた共同作業によってその解明に取り組んでいるが, 同じ理系でも分野が違えば理解するのが難しいのが現状である.

古くから寝食をともにすることはお互いを知り, 理解することに繋がると言われており, 短期間ではあるが, 研究室・実験室という日頃の閉ざされた空間から解放して, 普段とは違った環境で行われるこの合宿を通して, 数学・化学・生物という異分野領域間の垣根を超えて, 専門とする分野が違う学生・研究者の間で意見交換や議論をし, 交流することを目的としている.

1 日目は, 午前中に 2 名, 午後には 4 名の口頭発表があり, 夕食後にポスター発表と懇親会があった. 2 日目は, 午前中に 3 名, 午後には 2 名の口頭発表があった.

3. 研究の概要

3.1 SKT cross-diffusion 方程式

cross-diffusion の効果を含んだ 2 種競争系の微分方程式に対する定常極限方程式

$$(S_\infty) \begin{cases} \int_0^1 \frac{\tau}{v} (a_1 - b_1 \frac{\tau}{v} - c_1 v) dx = 0 & \text{in } (0, 1), \\ d_2 v_{xx} + v (a_2 - b_2 \frac{\tau}{v} - c_2 v) = 0 & \text{in } (0, 1), \\ v_x(0) = 0, \quad v_x(1) = 0, \\ v(x) > 0, \quad v_x(x) > 0 & \text{in } (0, 1) \end{cases}$$

の解の全体構造について考える. ただし, $v(x)$ は未知関数, τ は未知定数である. $d_2, a_i, b_i, c_i (i = 1, 2)$ は正の定数とし, $A := a_1/a_2, B := b_1/b_2, C := c_1/c_2$ とする. この方程式のもととなるものは N. Shigesada, K. Kawasaki and E. Teramoto (J. Theoretical Biology, 1979) により提案された. cross-diffusion の効果とは 2 種の個体群が同じ領域内に生息しているとき, 個体群の拡散係数が相手の個体密度に依存する効果のことである. この問題の最も興味深いところは, cross-diffusion の効果により 2 種の個体群が空間上で棲み分けを起こすかということである.

3.2 先行研究

この問題に対して, 三村昌泰教授のグループは拡散係数が十分小さいとき, 特異摂動法を用いて定常解の存在, 安定性を数学的に詳しく調べている. 一般の拡散係数や高次元の場合を考察するための第一歩として, Y. Lou and W.-M. Ni (J. Differential Equations, 1996, 1999) は, cross-diffusion の効果を表わすパラメータ r を $r \rightarrow \infty$ とした極限方程式を導出し, 解析を開始した. 空間 1 次元の場合が (S_∞) である.

Y. Lou, W.-M. Ni and S. Yotsutani (Discrete Contin. Dyn. Syst. A, 2004) は, (S_∞) の非定数定常解の存在・非存在, 解の形状, 解の全体構造の概容を明らかにした. 解の一意性・多重度についての予想は示されてきたが, その数学的証明は見つかっていない

かった。

3.3 研究の成果

ここでは $B < C$ とした強競争系について考える。解の存在・非存在域は、図1、図2のように $C/B = 7/3$ を境に様子が変わる。 $1 < C/B \leq 7/3$ のとき図1のように解が一意であり、 $C/B > 7/3$ のとき図2のように解が一意でない部分が現れる。

(S_∞) のすべての解 $v(x)$ 、 τ は完全楕円積分とヤコビの楕円関数で表すことができ、既知定数である A を未知定数と考えると、積分制約条件により A は2つのパラメータ d_2, h で表示される。本講演では、 $1 < C/B \leq 7/3$ において、 $d_2 > 0$ を固定し、 $A(d_2, h)$ の h に関する単調性を示すことによって定常解の一意性を数学的証明できたことを説明した。

なお本研究は、助國晟也（龍谷大 M2）、森竜

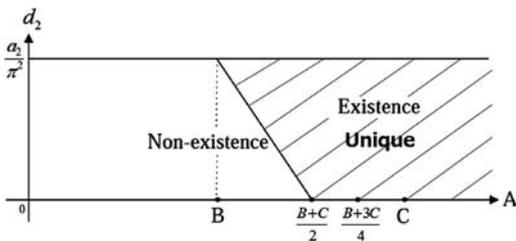


図1 $1 < C/B \leq 7/3$ のときの解の存在域

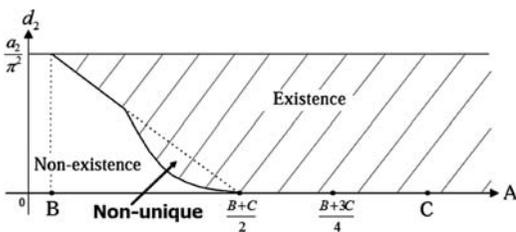


図2 $C/B > 7/3$ のときの解の存在域

樹（大阪大）、Yuan Lou（オハイオ州立大）、Wei-Ming Ni（ミネソタ大）、四ツ谷晶二（龍谷大）の5氏との共同研究である。

4. おわりに

この合宿に参加して様々な講演を聴き、サブタイトルである「絡み合う 数理・分子・生命 科学」のように、分野の垣根を超えて多くの人と交流することができた。昨年もこの合宿に参加しており、この合宿では研究室から出て普段とは違う環境の中で、多くの人と交流することができるので、とても良い機会だと感じ今年も参加した。今年は、昨年とは違い昨年知り合った人たちも含めて、ますます交流の輪を広げることができ、昨年以上に大変有意義な経験をすることができた。

口頭発表・ポスター発表はともに生物系の研究内容が多く、私が行っている研究内容は生物モデルではあるが、数学的解析を行っている。そのため普段触れることのない化学・生物系の内容は、知らないことばかりで、理解するのが困難ではあったが、口頭発表は先生方の講演が多くあり、講演時間が長く基礎的な化学・生物系ではない人のために基礎的な内容から説明して下さったので、講演の内容が入りやすくとても新鮮な気持ちで講演を聴くことができた。

今回この合宿に参加し口頭発表をすることができて良かった。この合宿で自分の未熟さを大いに感じたが、口頭発表を通して少し成長できたと思う。今後も口頭発表などの機会があったら積極的に参加していきたい。最後に、この合宿の主催者ならびに、研究・発表のご指導をして下さった四ツ谷晶二教授に深くお礼申し上げます。