日本物理学会第 70 回年次大会に参加して

木　村　健　治
Kenji KIMURA
数理情報学専攻博士課程　3 年

1. はじめに

私は 2015 年 3 月 21 日から 24 日の 4 日間，早稲田大学早稲田キャンパスで開催された日本物理学会第 70 回年次大会に参加した．今回の学会では，「モンテカルロ法による tatami タイリングの状態数の漸近形の推定」という題目でポスター講演を行い，講演を通して参加者との討論を行った．

2. Tatami タイリングについて

本研究における tatami タイリングとは畳を四隅が集まらないように敷き詰める問題である．この問題は日本固有の文化である畳の「祝儀敷き」をもとにしている．一畳の畳を dimer，半畳の畳を monomer として考えると，制約を課した monomer-dimer タイリングであると考えることができる．ここでの制約とは格子上の全ての面の周について dimer が 1 つ以上あるという tatami 条件である．図 1 の（a）が tatami タイリングであり，（b）は○で tatami 条件を満たさないので tatami タイリングでない．（a）’と（b）’は（a）と（b）について，それぞれの monomer-dimer タイリングである．

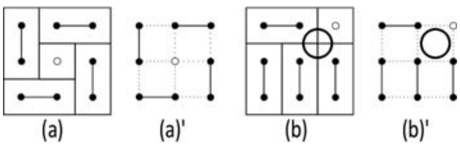

図 1　畳の敷き詰めと monomer-dimer タイリング

組合せ論から Erickson らによって，サイズ n×n のときに monomer が n 個より多い時は tatami タイリングにならないことや monomer が n 個以下のときの状態数は求められているが，正方領域の tatami 条件を破った面の個数を固定したときの状態数や長方形領域の tatami タイリングの状態数は求められていない．そこでモンテカルロ法を用いて，長方形領域について tatami タイリングの状態数を統計力学的に推定し，さらに正方領域における tatami タイリングの tatami 条件を破った面数ごとの状態数を調べ，tatami タイリングシステムの状態数の漸近形を推定する．

3. 研究手法

本研究では tatami タイリングを monomer-dimer タイリングにおいて全ての格子上の面で tatami 条件を満たしているものであると考える．したがって，tatami 条件に関する熱力学的なシステムを構築する．この tatami タイリングシステムにおいてハミルトニアン（エネルギー）は tatami 条件を破っている面の個数と定める．モンテカルロ法は Hukushima らによって開発されたレプリカ交換モンテカルロ法を採用する．レプリカ交換モンテカルロ法は通常のマルコフ連鎖モンテカルロ法の動的性能を改善する手法であり，システムの緩和を早くすることが期待できる．モンテカルロ法における状態遷移は Kenyon らの方法を拡張したものを用いる．

モンテカルロ法で得られたエネルギーヒストグラムをもとに histogram reweighting によってエネルギーごとの状態密度を求め，tatami タイリングの状態数を推定する．さらに，ハミルトニアンを dimer の数によっても変化するように拡張して，multi-parameter histogram reweighting によって monomer-dimer タイリングでの dimer の数を固定したタイリングの状態数を推定する．

4. 結果

正方領域についてはシステムサイズが 128×128 までの大きさについて状態数を推定した．その結果から tatami システムの状態数は tatami 条件を破った数が少ない場合には次の漸近形になることを推定した．

Thenumberoftilings $\approx An^{B}2^{n-1}$.

ここで A と B は tatami 条件を破った面数ごとに定まる定数である．図 2 は推定した状態数に対して，tatami 条件を破った面数ごとに A と B をフィットした結果である．

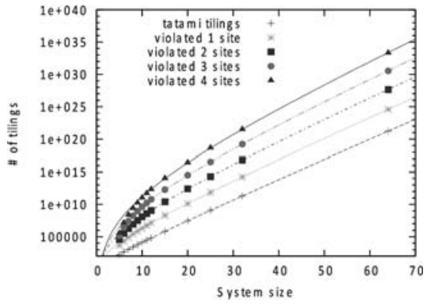

図 2　tatami タイリングシステムの漸近形

次に長方形領域について tatami 条件を違反した数と dimer 数を固定した状態数を推定した．図 3 はサイズ 6×6 の状態数の分布を常用対数で表したものであり，横軸が dimer 数で縦軸が tatami 条件を違反した数である．この結果は Erickson らの結果について精度よく推定していることから，システムの詳細を調べることに役立つことが期待される．

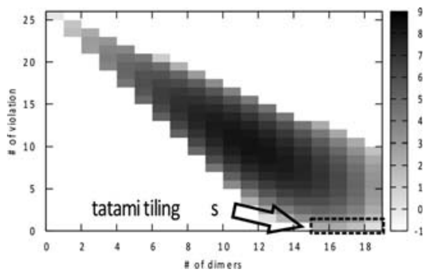

図 3　monomer-dimer タイリングにおける tatami タイリングシステムの状態数の分布

さらに長方形領域の漸近形を明らかにするために縦横比を 1 : 2 にしたときの状態数を推定した．図 4 は正方領域と縦横比 1 : 2 の長方形領域の面積に対しての状態数を表している．この結果は tatami タイリングの状態数は形状に影響されることを示唆している．

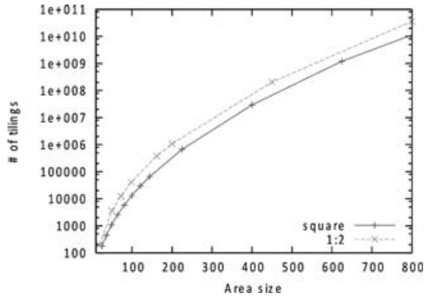

図 4　正方領域と縦横比 1 : 2 の長方形領域の面積についての状態数

5. まとめ

本研究によって tatami タイリングの状態数を推定する手法を確立し，Erickson らの結果より大きな長方形領域の状態数を推定した．また，ハミルトニアンを multi-parameter でデザインすることで，monomer-dimer タイリングにおける tatami タイリングシステムの詳細を知る術も確立した．そして，正方領域についての tatami タイリングシステムの状態数の漸近形を推定した．

今後の課題は長方形領域の漸近形を推定することである．

6. おわりに

今回，日本物理学会の年次大会に参加することによって多くの研究者の方と議論することができ，大変研究の参考になりました．最後に，ご指導いただいた樋口先生に深くお礼申し上げます．