The 6th Taiwan-Japan Joint Workshop for Young Scholars in Applied Mathematics に参加して

仲　野　吉　德
Yoshinori NAKANO
数理情報学科　2014 年度卒業

1. はじめに

私は 2015 年 2 月 27 日から 3 月 1 日まで明治大学中野キャンパスで行われた日台ワークショップ日本の学生台湾の学生主体で行われる The 6th Taiwan-Japan Joint Workshop for Young scholars in Applied Mathematics に参加した.

2. 研究内容，成果

Periodic orbits of the Kolakoski transformation 数列にもいくつか種類がある．周期的な数列と周期的ではないものがある．ある意味では，周期的な数列は，規則的で簡単であり，周期的でないものは不規則な数列で複雑だと考えられる．一見不規則な数列を規則的に生成する方法がある．1 つの例として，Kolakoski 列がある．一般に数列が与えられたときに同じ数の連続して並ぶ回数を数えることによって新しい数列を作ることを Kolakoski 変換 F という．たとえば w＝(2, 2, 2, 4, 5, 5, 33, 3, 2, 2) という数列を Kolakoski 変換すると，2 が 3 回，4 が 1 回，5 が 2 回，3 が 3 回，2 が 2 回，連続して現れるので F(w)＝(3, 1, 2, 3, 2) となる．Kolakoski 変換で不変な数列を Kolakoski 列という．Kolakoski 列は，準結晶の大域的秩序形成と関連しており，近年興味を持たれている分野である．数列中に現れる数をアルファベットと呼ぶ．任意の 2 つの異なる自然数 a, b にたいして a, b をアルファベットとする Koalakoski 列が存在することは知られているこれを Kolakoski (a, b) 列と呼ぶ.

特に 2 と 1 をアルファベットとする Kolakoski 列において 2 および 1 の出現頻度が極限値として確定するかどうかは未解決予想である．実験により，極限値は 50% であることが予想されている．Kolakoski 列を生成する際 Kolakoski 逆変換を使う．Kolakoski 変換の逆変換は一意できない．数列 $w = l_0 l_1 l_2 \cdots$ が与えられたとき，これを Kolakoski 逆変換する最も簡単な方法は，2 つの相異なる正の整数 a, b を選んで，l_0 を a 回並べ，l_1 を b 回並べ，以下，n が偶数のときは a を l_n 回並べ，n が奇数のときは b を l_n 回並べていけばよい．この変換を f_{ab} で表す．たとえば $f_{ab}(31232)$＝aaabaabbbaa である.

2013 年度卒業研究において梅村誓は，2 回の Kolakoski 変換の結果が自分自身に一致するような数列の存在を示した．すなわち数列 w の Kolakoski 変換を u とするとき u の Kolakoski 変換は w となるものである．このような u と w を Kolakoski 友愛列と呼んだ.

本研究では，Kolakoski(2,1)列 Kolakoski(3,1)列，Kolakoski(2,1) 友愛列のように数字を 2 つ用いた Kolakoski 列から少し発展させて，Kolakoski 変換を複数回反復合成して元に戻る列を考えた．これを Kolakokski 周期列と呼ぶ．Kolakoski 4 周期以下の周期列という数列を構成した．Koakoksi(a,b)n 周期 (n は任意の値) が生成する．Kolakoski(2,1)周期列は不思議なことに Kolakoski(2,1)列と同じく，2 と 1 の出現頻度がそれぞれ 50% に近いことを実験で示した．さらに Kolakoski (a,b) 周期列は a＋b＝2n＋1 のときもアルファベット a, b がそれぞれの出現頻度が 50% に近づくことを実験で示した．例えば，Kolakoski(3,2)周期列，Kolakoski(4,3)周期列はそれぞれのアルファベットが 50% になることが実験により推測される.

Kolakoski(2,1)列は置き換え規則で表すことはできないが，Kolakoski(3,1)列は置き換え規則で表せることは知られている．本研究では，Kolakoski (3,1)周期列も置き換え規則で表せることを示した．置き換え規則の方法は列 $w = a_0 a_1 a_2 \cdots$ において奇数 n の a_n に $\overline{\ }$ をつけて $w = a_0 \overline{a}_1 a_2 \cdots$. と表す．アルファベット 3, 1 の出現頻度は，2 つの遷移行列 A, B の有限積の固有値，固有ベクトルを用いて，2 次ないしは 3 次の無理数として表すことができる．本研究では 4 周期以下の場合の固有値を求めた．また遷移行列の置き換え規則からの成り立ちを示した．最大の固有値を利用し，固有ベクトルを求めることでアルファベット 3, 1 の出現頻度を求めた．Kolakoski(3,1)列の出現頻度は周期に依存することを実験で示した．

3. おわりに

発表に対する自己評価は英語での発表でしたので，英語発音，聞き取りやすさが足りていないこと，英語での質疑応答に苦戦し質問にたしての答えが違うなど，うまく伝えることが出来なかった．英語力のなさを感じ英語の勉強をする必要がることを認識することができた．発表時のスライドは，ほかの参加者との出来の違いに気づき，見やすさを考慮することが大切であることに気が付いた．強調したい場面にもう少し力を入れなければならなかった．また解析系の人が多かったため離散系の私の発表はあまり興味が持たれないことから解析的なことを増やす必要があったことがわかった．実験結果から証明をすることで解析的な発表になるだろう．また実験結果が少ないことから信頼性に欠けるものがあるのかもしれない．4 回生で，でている人がいなかったため自分に少し自信がついたこと，4 回生の求められている条件をクリアしていたことに参加することでわかった．また参加することで新たな発見，知らないことを知る機会が与えられたこと，頑張っている人がいることで私を頑張ろうと思う気持ちが強くなったことで今後の勉強に力が入るよい機会であった．今回，学会に参加して感じたことは研究をする立場であるなら内に閉じこもらず，積極的に外へ出て行き，刺激を受けることが大事であるということだ．私はまだまだ未熟であるが今回の学会で少しは成長したのではないかと思う．最後に学会参加の機会をくださった皆様に感謝致します．