

専門 I (数理情報学専攻)

※ 問題 I には必ず解答し、さらに、問題 II, III, IV から 2 題を選択して解答しなさい。
 所定の解答用紙に問題番号と解答を書くこと。
 解答用紙は 1 題につき 1 枚を使用しなさい。

I 行列

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

を考える。

- (1) A の固有値と固有ベクトルを求めなさい。
- (2) 行列 A の表す線形写像を f とする。 $\text{Ker} f$ と $\text{Im} f$ の次元を答えなさい。

II xy 平面の領域 D は、変数変換

$$\Phi : \begin{cases} x = 2u + v \\ y = -u + 2v \end{cases}$$

によって uv 平面の領域 $E = \{(u, v) : 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1\}$ と 1 対 1 に対応している。
 次の問いに答えなさい。

- (1) 変換 Φ のヤコビ行列の行列式(ヤコビアン)を求めなさい。
- (2) D 上の重積分

$$\iint_D (x + 2y)e^{2x-y} dx dy$$

を変換 Φ によって E 上の重積分に書き直し、その積分の値を求めなさい。

Ⅲ 摩擦のない水平な床の上で、バネ定数 18 のバネの一端を壁に、他端を質量 2 の物体に取り付ける。物体はバネの力のみを受けて一直線上を運動する。時刻 $t = 0$ にバネを長さ 3 だけ押し縮めて、バネがさらに縮む向きに速さ $9\sqrt{3}$ で物体を打ち出したところ、物体は単振動した。バネが自然長であるときの物体の位置を原点、バネが伸びる方向に x 軸の正の向きをとり、次の問いに答えなさい。

- (1) 物体の運動方程式を書きなさい。
- (2) 初期条件のもとで運動方程式を解きなさい。
- (3) 単振動の振幅と周期を求めなさい。
- (4) 最初にバネの伸びが最大になる時刻を求めなさい。

Ⅳ n を正の整数とする。長さ n の整数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ に対して、第 i 項から第 j 項までの部分

$$S_{i,j} = \sum_{k=i}^j a_k$$

の最大値を求めたい。ただし、 $1 \leq i \leq j \leq n$ である。例えば、 $n = 8$ で、 $a_1 = 5, a_2 = -6, a_3 = 4, a_4 = -1, a_5 = -2, a_6 = 6, a_7 = -7, a_8 = 5$ のとき、 $S_{i,j}$ の最大値は 7 である ($i = 3, j = 6$ のとき)。

- (1) これをどのような手順で行えばよいかを考え、その手順を説明しなさい。
- (2) 整数列の各項が初項から順に格納された配列 a と項数 n が与えられたときに、 $S_{i,j}$ の最大値を求めるプログラムを、C 言語あるいは Java 言語を用いて書きなさい。ただし、 a と n を引数とし、 $S_{i,j}$ の最大値を戻り値として返すような関数またはクラスメソッドの形で書くこと。

専門 I (機械システム工学専攻)

〔数 学〕

I. 微分方程式 $\frac{dx}{dt} + \frac{t(2+x^2)}{x(2+t^2)} = 0$ のとき、以下の問に答えなさい。

(1) $\frac{dx}{dt} + \frac{t(2+x^2)}{x(2+t^2)} = 0$ の一般解を求めなさい。

(2) $t=0$ のとき $x=1$ とする。このときの特解を求めなさい。

II. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ のとき、以下の問に答えなさい。

(1) 行列式 $|P|$ を求めなさい。

(2) 逆行列 P^{-1} を求めなさい。

(3) 行列 $P^{-1}AP$ を求めなさい。

III. 関数 $f(x, y) = 2x^2y + xy^2 + 3y^3$ のとき、以下の問に答えなさい。

(1) $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ を求めなさい。

(2) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ を求めなさい。

〔物 理〕

I. 次の問いに答えなさい。

- (1) 2つのベクトルのベクトル積とはどういう量か、式を用いて詳しく説明しなさい。またどういう場合に役に立つか例をあげて説明しなさい。
- (2) 時速 60 km で走る自動車が曲率半径 50 m のカーブを曲がる時の接線加速度および法線加速度を求めなさい。
- (3) 猫を持ち上げて背中を下にして離しても、しっぽを振り回しながら背中を上にして着地できる。猫に働く外力は何か、落下中も保存される力学量は何々があるかを含め、これが可能なことを力学的に説明しなさい。
- (4) 飛び込み台からプールへ飛び込むダイバーの重心はどういう運動をするか、理由をつけて答えなさい。
- (5) 質量も半径も外観も全く等しい2つの球があって、一方は中まで密度が一様であるが、もう一つは中空である。直径の周りの慣性モーメントはどちらが大きいか、理由をつけて答えなさい。また、斜面に沿って2つを転落させるとき速いのはどちらか、理由をつけて答えなさい。

次のII, III, IVのうち1問を選択して答えなさい。(選択した問題番号を必ず記入のこと)

II. 半径 R [m] の孤立した一様な金属球に、電荷 Q [C] を与えた。球内外の電場 E および無限遠を基準にした電位 V を球の中心からの距離 r [m] の関数として求めなさい。

III. 次の問いに答えなさい。

- (1) ジュール熱とは何か、詳しく説明しなさい。
- (2) 電熱器のニクロム線を $3/5$ に切り縮めて使ったとすると、発熱量はどう変わるか。抵抗率の温度変化はないとしてよい。

IV. 不確定性原理とはどういう原理か、詳しく説明しなさい。

専門 I (物質化学専攻)

別紙解答用紙には必ず解答する問題名 {数学、物理、化学基礎・グリーンケミストリー (2枚)} を記入した上で解答しなさい。なお、化学基礎 {I~III} とグリーンケミストリー {IV、V} は別々の解答用紙に解答しなさい。

〔数 学〕

I. ルジャンドル多項式 $P_0(x)=1$ 、 $P_1(x)=x$ と $P_2(x)=\frac{3x^2-1}{2}$ とが区間 $[-1, 1]$ において、1次独立 (線形独立) であることを示しなさい。また、 $P_0(x)$ 、 $P_1(x)$ 、 $P_2(x)$ のどの2つをとっても、区間 $[-1, 1]$ において直交している (積の定積分が0である) ことを示しなさい。

II. 実対称行列 $B = \begin{pmatrix} 16 & -12 \\ -12 & 9 \end{pmatrix}$ について次の計算を行いなさい。なお、行列Bの2つの固有ベ

クトルからは、次の変換の直交行列 $P = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ が得られた。

(1) 変換の直交行列の逆行列 P^{-1} (P^{-1} は転置行列 tP に等しい)

(2) $P^{-1}BP$

(3) $P^{-1}B^nP$ (B^n はBのn乗)

〔物 理〕

次の I および II の問題に答えなさい。

必要なら次の(物理)定数を用いなさい。

プランク定数 $h = 6 \times 10^{-34}$ Js, 光の速度 $c = 3 \times 10^8$ ms⁻¹, 電子の質量 $m_e = 1 \times 10^{-30}$ kg,

プロトンの質量 $m_p = 2 \times 10^{-27}$ kg, プロトンの電荷 $e = 2 \times 10^{-19}$ C,

ボルツマン定数 $k_B = 1.4 \times 10^{-23}$ JK⁻¹

I 加速電圧 100 kV の電子顕微鏡では、真空中で電子が 100 kV の電位差で加速される。100 kV の電位差で加速された電子の有する運動エネルギー K 、運動量 p およびド・ブローイ波 (物質波) の波長 λ を求めなさい。ただし、相対論的効果は無視するものとする。

II HCl 分子の基底状態と第一励起状態の回転エネルギーをそれぞれ $\varepsilon_0 = 0$ J, $\varepsilon_1 = 4 \times 10^{-22}$ J とする。

(1) $T = 285$ K に対応する熱エネルギーを求めなさい。

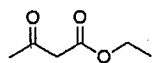
(2) $T = 285$ K における基底状態にある分子数 n_0 と第一励起状態にある分子数 n_1 の比, n_1/n_0 を求めなさい。ただし、ボルツマン分布をとり、各準位は縮退していないと考えなさい。

〔化学基礎・グリーンケミストリー〕

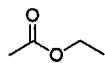
I 次の語句について簡潔に説明しなさい。図を用いて説明してもよい。

- (1) 1、3 - ジアキシャル相互作用
- (2) オクテット則
- (3) Pauli の排他原理

II アセト酢酸エチルの2位のメチレン鎖に位置する水素原子は、酢酸エチルのカルボニル α 位の水素原子と比較して、かなり低い酸解離定数を与える。この理由について、図を用いてわかりやすく説明しなさい。

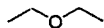


アセト酢酸エチル



酢酸エチル

III ジエチルエーテルは水に大変溶けにくい、テトラヒドロフランは水によく溶ける。この理由について、分子全体の極性の観点から、わかりやすく説明しなさい。図を用いて説明してもよい。



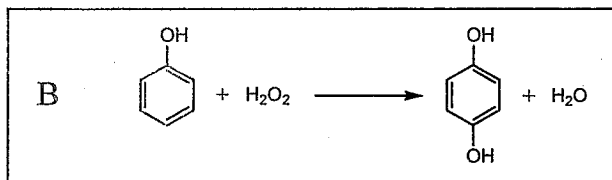
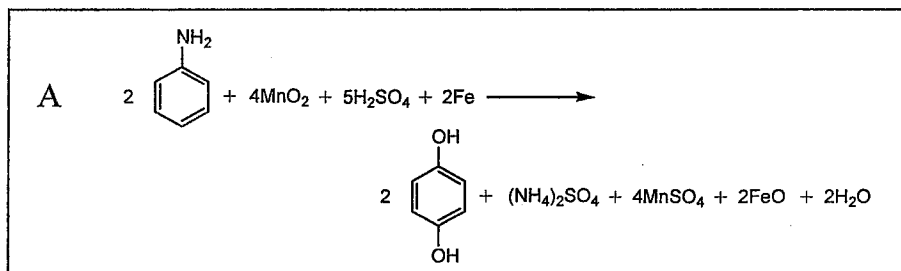
ジエチルエーテル



テトラヒドロフラン

IV 化学製品を製造する際には環境への負荷が小さい製造プロセスが望まれ、こうしたプロセスを「グリーンプロセス」と呼ぶことがある。以下の問いに答えなさい。

- (1) グリーンプロセスの観点では、使った原料をできるだけ製品の中に取り込むように反応系を設計することが望まれる。このとき、化学反応式右辺の全原子量に占める目的物の分子量の割合を「原子効率」と定義し、この値を指標として、合成プロセスを評価することがある。つぎのAおよびBに示すヒドロキノン合成反応について、それぞれ原子効率(%)を求めなさい。そして、どちらが原子効率の高いプロセスかを答えなさい。ただし、原子量はつぎの値を用いなさい。H=1, C=12, N=14, O=16, S=32, Mn=55, Fe=56



- (2) 「グリーンケミストリーの12原則」にも記載されているとおり、一般にグリーンプロセスにおいては原子効率以外にも考慮すべき因子がいくつか存在する。環境負荷の小さい反応系の設計において、原子効率の向上の他に考慮すべきことがらを考え、3つ述べなさい。

V つぎの各用語をそれぞれ100字程度で説明しなさい。

- ① 再生可能エネルギー ② 炭素循環

専門 I (環境ソリューション工学専攻)

以下の4つの環境科学分野の中から3分野を選択して解答しなさい。その際、選択した各分野は別々の解答用紙に解答し、用紙には選択した分野番号(I~IV)を明記しなさい。

I. 数学

問1 フィールドや処理施設から採取したサンプルを分析すると、通常は値に「ばらつき」が生じる。この「ばらつき」を統計・数学的にどのように考えていけばよいのかを問う。

N個の測定値 ($x_1, x_2, x_3 \dots x_N$) が得られた場合、平均値 \bar{X} は次のように表わされる；

$$\bar{X} = (x_1 + x_2 + x_3 \dots x_N) / N$$

真の値を X とした場合、 N を変動 (増加や減少) させることによって、 \bar{X} と X の関係は一般的 (統計数学的に) にどのように変化するか説明しなさい。

問2 環境問題の共通する背景の一つに爆発的な人口増加があり、これを数学的に考えてみる。人口 x 、その社会が養える最大の人口 a 、比例定数を k とすると、人口 x の時間 t に対する増加率は、微分方程式①で表わされるとする；

$$dx/dt = kx(a-x) \quad \text{--- ①}$$

この場合、

$$x = a / (1 + Ae^{-kx t})$$

が上記の微分方程式①をみたすことを証明しなさい (ただし、 A は定数、 e は自然対数の底)。

I I. 物理

問1 500Wの電熱器を用いて10℃の水1Lを100℃に沸かすに20分かかった。電熱器の効率を求めなさい。

問2 地上から h の高さの軌道をまわる人工衛星について、地球の半径、質量をそれぞれ R 、 M とし、人工衛星の質量を m 、地上の重力加速度を g 、万有引力定数を G 、地上から h の高さの水平速度を v としたとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 人工衛星が地上にあるとき、物体の重力は物体の働く万有引力にほかならないから $mg = (\quad \text{①} \quad)$ となる。
- (2) これを簡単にすると、 $GM = (\quad \text{②} \quad)$ 式(1)となる。
- (3) 地上から h の高さを人工衛星がまわっているとき、向心力=万有引力であるから (③) が成り立つ。
- (4) 式(1)も使うと $v = (\quad \text{④} \quad)$ となる。
- (5) 周期 T は $T = 2\pi(R+h)/v$ であるから、 $T = 2\pi \times (\quad \text{⑤} \quad)$ となる。
- (6 & 7) 例えば、 $h=500 \text{ km}$ では $g=9.8 \text{ m/s}^2$ 、 $R=6.4 \times 10^6 \text{ m}$ を代入すると $v = (\text{⑥}) \text{ km/秒}$ 、 $T = (\text{⑦}) \text{ h}$ となる。

I I I. 化学

問1 次の語句より2つを選び、説明しなさい。

- ①共有結合、②配位結合、③s p²混成軌道、④π結合

問2 以下の問いに答えなさい。

- (1) シュウ酸の結晶 $(\text{COOH})_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ 60g を蒸留水に溶かして1.0ℓとした。この溶液の比重は1.02であった。この溶液の重量百分率、体積モル濃度、重量モル濃度を求めなさい。
- (2) 水酸化ナトリウム20gを溶かして1.0ℓとした溶液で、(1)でつくったシュウ酸溶液100mlを中和滴定したい。水酸化ナトリウム溶液は何ml必要か。
ただし、原子量は、H:1.0、C:12、O:16、Na:23とする。

問3 以下の問いに答えなさい。

10ℓの密閉容器に、1.0モルのヨウ化水素を入れたところ、400℃で化学平衡に達し、その時ヨウ化水素は0.8モル残った。この時のヨウ化水素、ヨウ素、水素のモル濃度を求めなさい。また、この時の平衡定数を求めなさい。

I V. 生物

問1 次の生物学用語の中から5つを選び、それぞれ100字程度で解説しなさい。

- ①同化 ②安定化選択 ③リボソーム ④反射 ⑤CAM植物 ⑥分子進化の中立説
⑦環境形成作用 ⑧絶対的相利共生 ⑨イントロン ⑩系統の制約

問2 性に関する次の問いに答えなさい (それぞれ300字以内)。

- (1) 進化学的な立場から、有性生殖が無性生殖と比べて不利な点 (適応度を下げる要素)、および有利な点 (適応度を上げる要素) について説明しなさい。ただし、説明文中に「病原菌」「蓄積」の2語を必ず用いること。
- (2) 自然界の生物個体群において、性比 (オスの個体数とメスの個体数の比率) は1:1であることが多い。この究極要因を説明した「フィッシャー性比」について解説しなさい。