

専門 I	(数理情報学専攻)
------	-----------

※ 問題 I には必ず解答し、さらに、問題 II, III, IV から2題を選択して解答しなさい。
 所定の解答用紙に問題番号と解答を書くこと。解答用紙は1題につき1枚を使用しなさい。

I 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 9 \\ 1 & 2 & 0 & 7 \\ 2 & 1 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

を用いて、 \mathbb{R}^4 から \mathbb{R}^4 への線形写像 f を $f(x) = Ax$ と定義する。

- (1) A の階数 $\text{rank } A$ を求めなさい。
- (2) $\text{Im } f$ の基底を1組求めなさい。
- (3) $\text{Ker } f$ の基底を1組求めなさい。

II $P(n)$ を次の式で定義する。

$$P(n) = \int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx$$

ただし、 n は $n \geq 0$ の整数とする。

- (1) $P(0)$, $P(1)$ の値を求めなさい。
- (2) $P(n)$ を $P(n-1)$ で表しなさい。ただし $n \geq 1$ とする。
- (3) $P(n)$ を n で表しなさい。

(4) 積分

$$\int_0^{\infty} x^9 e^{-x^2} dx$$

の値を求めなさい。

Ⅲ 時刻 t に次の力 $F(t) = (F_x(t), F_y(t))$ を受けて xy 平面上を運動する質量 1 の質点 P を考える。

$$F_x(t) = 0 \quad (-\infty < t < \infty)$$

$$F_y(t) = \begin{cases} 0 & (-\infty < t \leq 0) \\ 1 & (0 < t \leq 1) \\ 0 & (1 < t < \infty) \end{cases}$$

なお、P の位置ベクトル $(x(t), y(t))$ は

$$x(0) = 0, \quad y(0) = 0, \quad \frac{dx}{dt}(0) = 1, \quad \frac{dy}{dt}(0) = 0$$

を満たすものとする。

- (1) 時間帯 $0 < t < 1$ の P の運動方程式を書きなさい。さらに、 $x(1)$, $y(1)$, $\frac{dx}{dt}(1)$, $\frac{dy}{dt}(1)$ を計算しなさい。
- (2) 時間帯 $1 < t < \infty$ の P の運動方程式を書きなさい。さらに、 $x(4)$, $y(4)$, $\frac{dx}{dt}(4)$, $\frac{dy}{dt}(4)$ を計算しなさい。
- (3) 時間帯 $-2 \leq t \leq 4$ の P の軌跡を描きなさい。

Ⅳ n を 2 以上 100 以下の整数とする。 xy 平面上の相異なる n 個の点の座標が与えられたとき、この中の 2 点を結んでできる最長の線分を求めるプログラムを作成したい。

- (1) これをどのような手順で行えばよいかを考え、その手順を説明しなさい。
- (2) 2 以上 100 以下の整数 n と、 n 個の点の座標を入力すると、最長の線分の両端の座標を出力するプログラムを C 言語または Java 言語を用いて書きなさい。ただし、最長の線分が複数存在する場合は、そのいずれか 1 つを選んで出力するものとする。

専門 I (電子情報学専攻)

次の問題すべてについて解答しなさい。別紙の解答用紙は1問につき1枚ずつ使用し、必ず問題番号を記入しなさい(解答が白紙であっても、すべての用紙に受験番号、氏名、問題番号を記入すること)。

I (数学)

a を定数として、 x 、 y 、 z に関する次の連立一次方程式の解を求めなさい。

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases}$$

II (数学)

次の問に答えなさい。

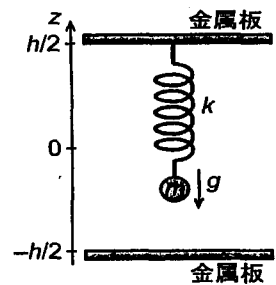
(1) 関数 $f(x, y) = \log(x + y^2)$ の二次偏微分をすべて求めなさい。

(2) 定積分 $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^3 x dx$ を求めなさい。

(3) 微分方程式 $\frac{dy}{dx} + y = x^2$ を解きなさい。

III (力学)

右図のように、間隔 h で置かれた 2 枚の金属板の間に、ばね定数 k 、自然長 $h/2$ のばねが吊り下げられている。ばねの下端には質量 m のおもりが吊り下げられていて、重力加速度 g がかかっている。おもりの大きさやばねの質量は無視できるとして、次の問いに答えなさい。



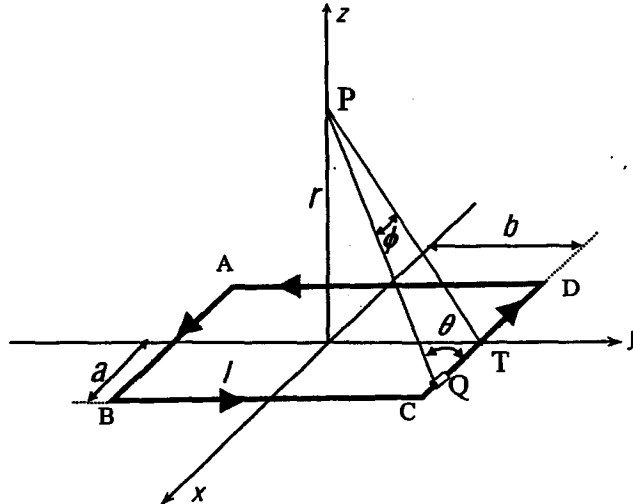
- (1) 時間を t で表し、おもりの運動方程式を書きなさい。(図のように、上方向を $+z$ 方向とする座標を用いなさい。)
- (2) おもりが静止しているとき (つりあい状態にあるとき) の、おもりの位置 z_0 を求めなさい。
- (3) 上の金属板を接地し、下の金属板に電圧 $V(>0)$ をかけると、金属板の間には上向きの一様な電界 $E=V/h$ が発生する。おもりに $q(>0)$ の電荷が蓄えられているとき、重力、ばねの伸縮による力、および静電気力を考慮して、おもりの運動方程式を書きなさい。
- (4) 下の金属板にかける電圧をゆっくりと V_0 まで上げたとき、おもりが $z=0$ まで移動して静止したとする。このときの電圧 V_0 を求めなさい。
- (5) (4) で求めた電圧 V_0 がかかっているとき、(3) の運動方程式はどのように簡略化できるか。簡略化した運動方程式を書きなさい。
- (6) 電圧をかけていないとき、おもりが位置 z_0 で静止していたとする。時刻 $t=0$ から

$$V(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ V_0 & (t \geq 0) \end{cases}$$

となるように急に電圧 V_0 をかけ始めたとする。おもりはどのような運動をするか。おもりの位置 z を t の関数として表しなさい。

IV (電磁気学)

下図のように、 $z=0$ の xy 平面上に2辺の長さが $2a, 2b$ の矩形導線ABCDがある。導線ABCDには一様な電流 I が矢印の方向に流れている。ABCDの中心軸(z 軸)上で中心から r 離れた点Pでの磁界の強さについて、次の問に答えなさい。



(1) 辺CD上の点 $Q(x, b, 0)$ にある微小電流要素 $I dx$ が点Pに作る磁界の強さを dH とする。 dH の大きさを求めなさい。

(2) dH の大きさは、角度 ϕ ($\angle TPQ$) を用いると、

$$dH = \frac{I \cdot \cos \phi \cdot d\phi}{4\pi \cdot \sqrt{r^2 + b^2}}$$

と表されることを示しなさい。

(3) 辺CDに流れる電流が点Pに作る磁界の強さ H_a の大きさは、

$$H_a = \int_{-a}^a dH = \frac{I \cdot a}{2\pi \cdot \sqrt{r^2 + b^2} \cdot \sqrt{r^2 + a^2 + b^2}}$$

となることを示しなさい。

(4) 矩形導線ABCD全体に流れる電流が点Pに作る磁界の強さを H とする。 H がどの方向を向いているか、簡単な図を描いて説明しなさい。

(5) 矩形導線ABCDに流れる電流が点Pに作る磁界 H の大きさは、

$$H = \frac{Iab}{\pi} \frac{1}{\sqrt{r^2 + a^2 + b^2}} \left(\frac{1}{r^2 + a^2} + \frac{1}{r^2 + b^2} \right)$$

となることを示しなさい。

専門 I (機械システム工学専攻)

〔数 学〕

I. 方程式 $x^2 - xy + y^2 = 3$ の陰関数 $y = y(x)$ の極値を求めなさい。

II. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k+1} < \log(n+1) < \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ であることを、積分を用いて証明しなさい。

III. $A'A = AA'$ となる2次の正方行列を求めなさい。ただし、 $'A$ は行列 A の転置行列である。

〔物 理〕

I. 次の問いに答えなさい。

- (1) 「大きさがゼロでない二つのベクトルのスカラー積が0ならその2つのベクトルは垂直である。」という命題は正しいか間違いか、理由を付けて答えなさい。
- (2) 「コマの軸を鉛直面から斜めに傾けて回転させると重心にかかる下向きの重力のためにすぐ倒れる。」という命題は正しいか間違いか、理由を付けて答えなさい。
- (3) 「振り子の振動の周期はその重りの質量に依存する。」という命題は正しいか間違いか、理由を付けて答えなさい。
- (4) x 軸方向の直線運動の運動方程式と固定軸(z 軸)まわりの回転の運動方程式を書いて比べることにより、質量、位置座標、力、速度、加速度、運動量、運動エネルギーに対応する量は回転の場合それぞれ何であるか詳しく説明しなさい。
- (5) 不規則な形の物体の重心はどう決めたらよいか、詳しく説明しなさい。また人間の重心が体の外に出ることはあるか、詳しく説明しなさい。

次のII, III, IVのうち1問を選択して答えなさい。(選択した問題番号を必ず記入のこと)

II. 次の問いに答えなさい。

- (1) クーロンの法則とはどういう法則か、式を用いて説明しなさい。
- (2) 電場とはどう定義される量か、式を用いて説明しなさい。
- (3) 電気量 $Q = 2.0 \text{ C}$ の正の点電荷と電気量 $-Q$ の負の点電荷が距離 $r = 50 \text{ cm}$ 離して置かれている。これらを2頂点とする正三角形のもう一つの頂点における電場を求めなさい。もし必要ならば、真空の誘電率の値は $\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$ を用いなさい。

III. 次の問いに答えなさい。

- (1) ファラデーの電磁誘導の法則はどんな内容のものか、式も用いて詳しく説明しなさい。
- (2) この法則はどういうところで使われているか、例をあげて詳しく説明しなさい。

IV. 光電効果について次の問いに答えなさい。

- (1) 光電効果とはどういう現象か詳しく説明しなさい。
- (2) どういう実験結果が古典論で説明できないか詳しく説明しなさい。
- (3) それはどう考えると説明できるか詳しく説明しなさい。

専門 I (物質化学専攻)

別紙解答用紙には必ず解答する問題名(数学、物理、化学基礎・グリーンケミストリー(2枚))を記入した上で解答しなさい。なお、化学基礎{I~III}とグリーンケミストリー{IV~V}は別々の解答用紙に解答しなさい。

〔数 学〕

I ベクトル $\alpha=(1,0,1)$, $\beta=(1,0,-1)$, $\gamma=(0,2,0)$ とするとき、次の値を求めなさい。
 なお、 $\alpha \cdot \beta$ は内積(スカラー積)を表し、 $\alpha \times \beta$ は外積(ベクトル積)を表す。

- (1) $\alpha + \beta + \gamma$
- (2) $\alpha \cdot (\beta + \gamma)$
- (3) $\alpha \times \beta$
- (4) $\gamma \cdot (\alpha \times \beta)$

II 気体の状態方程式の1つにファンデルワールス方程式(van der Waals equation)がある。

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \quad \text{ここで } a, b, R, n \text{ は定数である。}$$

$$P \text{ について解くと、} P = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{n^2 a}{V^2} \text{ となる。}$$

- (1) P の V による一次微分 $\frac{dP}{dV}$ と、二次微分 $\frac{d^2 P}{dV^2}$ を求めなさい。
- (2) P の一次微分と二次微分がともに0となっている点を臨界点と呼ぶ。そのときの T, P, V を T_c, P_c, V_c とおいたとき、 T_c, P_c, V_c を定数 a, b, R, n で表しなさい。

〔物 理〕

次のⅠ、ⅡおよびⅢの問題に答えなさい。

必要なら次の(物理)定数を用いなさい。

プランク定数 $h = 6 \times 10^{-34}$ Js, 光の速度 $c = 3 \times 10^8$ m/s, 電子の質量 $m_e = 1 \times 10^{-30}$ kg,

プロトンの質量 $m_p = 2 \times 10^{-27}$ kg, プロトンの電荷 $e = 2 \times 10^{-19}$ C, $\sqrt{10} = 3$

- Ⅰ 面積 100cm^2 のピストンがついた容器の中で化学反応が起こり、ピストンが1 bar (10^5 Pa)の外圧に抗して、10cm押し出された。系がした仕事をジュール[J]の単位で求めなさい。
- Ⅱ 波長が $1\ \mu\text{m}$ の赤外線的光子のエネルギーをジュール[J]とエレクトロンボルト[eV]の単位で求めなさい。
- Ⅲ 次の文の括弧(①)から(④)にはいる語句や式を答えなさい。

電流とは荷電粒子の流れである。磁場中で電流が力を受けることは荷電粒子が磁場中を運動する場合に力を受けるということである。電流 I [A]として、単位長さあたり n 個の q [C]の電荷が速度 v [m/s]で動いているとすると $I = n q v$ である。この電流に垂直に磁場が存在し、その磁束密度が B [T]とすると、電流に働く単位長さあたりの力 F は(①)であるので、1個の荷電粒子に働く力 F は(②)になる。

質量 m 、電荷 q の荷電粒子が磁束密度 B に垂直な方向から速度 v で飛び込んできた。この時に、この荷電粒子に働く力は $F =$ (②)であるので、運動方程式は(③)になる。この力は常に運動方向に垂直に働くので(④)になる。

〔化学基礎・グリーンケミストリー〕

- Ⅰ 次の語句について簡潔に説明しなさい。図を書いて説明してもよい。
- (1) 電気陰性度
 - (2) 放射性同位体
 - (3) 孤立電子対
- Ⅱ フェノールがシクロヘキサノールよりも強い酸である理由をわかりやすく説明しなさい。図を書いて説明してもよい。
- Ⅲ ブタノールとジエチルエーテルの組成式はともに $\text{C}_4\text{H}_{10}\text{O}$ と同じであるが、これらの沸点は大きく異なる。ブタノールの沸点は約 $117\text{ }^\circ\text{C}$ であるのに対し、ジエチルエーテルは約 $35\text{ }^\circ\text{C}$ である。この理由をわかりやすく説明しなさい。図を書いて説明してもよい。
- Ⅳ. つぎの①～⑤の5つの語句から2つを選び、それぞれ100～200字程度で説明しなさい。
- | | | |
|----------------|-----------|--------|
| ①ライフサイクルアセスメント | ②ゼロエミッション | ③バイオ燃料 |
| ④バイオレメディエーション | ⑤原子効率 | |
- Ⅴ. 再生可能エネルギーについて、例を2つあげなさい。また、各エネルギーについて長所と短所をそれぞれ100字程度で説明しなさい。

専門 I	(情報メディア学専攻)
------	-------------

〔情報メディア基礎〕

I 次のカッコに当てはまる語句および数値を記入しなさい。

アナログ信号をデジタル信号に変換するには、3つの操作(1)、(2)、(3)が必要である。

(1)を行う際には、信号に含まれる周波数成分の(4)倍の周波数で(1)する必要があり、その周波数の1/2の周波数を(5)という。音声を(2)する際には、一般的に16ビットの変換器を用いられることが多く、アナログ電話帯域音声(4kHz以下)をデジタル信号に変換すると1秒間に(6)(単位も記入のこと)の情報量が必要となる。

光の三原色は(7)(8)(9)である。画像はこれらの組み合わせで表現され、それぞれ(10)ビットの情報量を用いられる。そのため画像1画素あたり(11)ビットの情報が必要であり、例えば1024×768の画像を表現するのに(12)ビットの情報が必要となる。

これら音声情報、画像情報ともそのままでは情報量が多いので、(13)技術を用いてそのサイズを小さくする方法が用いられる。音声や画像の品質を劣化させない(14)方式と品質は多少劣化するが、サイズを非常に小さくできる(15)方式がある。歩きながら音楽が聴ける携帯端末にもこの技術が使われている。CD帯域のステレオ音楽は、そのままの情報量では1.4Mbit/s必要であるが、これを1/10の情報量にして携帯端末に蓄積している。携帯端末のハードディスクの容量が1Gバイト、1曲3分とすると、端末には(16)曲の音楽を蓄積できる。

- | | |
|-----|------|
| (1) | (9) |
| (2) | (10) |
| (3) | (11) |
| (4) | (12) |
| (5) | (13) |
| (6) | (14) |
| (7) | (15) |
| (8) | (16) |

〔数 学〕

I 以下の問いに答えなさい。

$f(x) = xe^x$ の極値を求めなさい。
また、 $y = f(x)$ のグラフを書きなさい。

II 以下の問いに答えなさい。

行列 $A = \begin{pmatrix} a & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ が、 $A^2 = A$ を満たすとき、以下の問いに答えなさい。

- (1) a の値を求めなさい。
- (2) A^2 および A^3 を求めなさい。
- (3) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、 A^n を求めなさい。

〔基礎情報学〕

I 以下の問題を読み、(1)～(2)の各問を解答しなさい。

(1) 以下の図1に示す nand 回路の入力と出力の関係を、表を用いて説明しなさい。

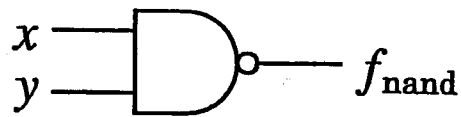


図 1: nand 回路

(2) 図1の nand 回路を組み合わせて、以下の 真理値表(a)および(b)を計算する方法を示しなさい (x, y, z は入力、 f は出力です)。

真理値表(a)

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

真理値表(b)

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

専門 I	(環境ソリューション工学専攻)
------	-----------------

以下の大問 I～IV の中から 3 問を選択して、解答しなさい。なお、それぞれの大問は別々の解答用紙に解答し、解答用紙には解答した大問番号を明記すること。

I 環境科学 (数学)

以下の問い (問 1～3) に答えなさい。解答用紙には、途中の計算過程も残すこと。

問 1 次の極限を求めなさい。

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x+5)x$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+2}{x^2-2x+1}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{x}$

問 2 $\frac{dy}{dx}$ を求めなさい。

(1) $y = x(4-x)$

(2) $y = x^2 \sin 2x$

(3) $y = \frac{x}{e^x}$

問 3 次の正方行列 A について以下の問いに答えなさい。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$$

(1) A^2 を求めなさい。

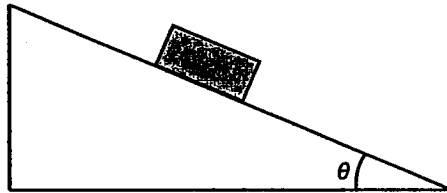
(2) 行列 A の逆行列 A^{-1} を求めなさい。

(3) 行列 A の固有値と固有ベクトルをすべて求めなさい。

II 環境科学 (物理)

問1 図を参考に以下の問に答えなさい。

- (1) 水平面と θ の角をなす斜面上に、質量 m の物体が静止している。物体には重力の他に垂直抗力 N 、摩擦力 F がはたらく。物体にはたらく力を解答用紙に図を描いて示しなさい。
- (2) 物体がすべり落ちない条件を、 θ と静止摩擦係数 μ を用いて記述しなさい。
- (3) 斜面上に平行な力 M を物体に加えた。物体が下方に動くために必要な M の条件を導きなさい。導く過程も含めて記載すること。



問2 下記文中の空欄 [①] に当てはまる式、空欄 [②~⑧] に当てはまる語句を答えなさい。空欄 [③、④] は単位を表す。

- (1) 質点に働く外力 F と質点の加速度 a 、質量 m との関係式は [①] である。この式を [②] の運動方程式と呼ぶ。質量 1kg の物体に 1m/s^2 の加速度を生じさせる力は 1 [③] である。質点に 1 [④] の力が作用して、力の方向に 1m 移動させたときの仕事は 1 [④] である。
- (2) 回転している座標系に対して物体が運動しているときには、[⑤] と [⑥] という見かけの力が働く。北半球では [⑥] が、物体の進行方向に対して右向きに働く。
- (3) 容器の中に閉じ込められた気体分子は、分子運動にともなう運動エネルギーと分子間力にもとづく位置エネルギーをもつ。両エネルギーの総和のことを [⑦] と呼ぶ。[⑦] の増加は、外部から取り入れた熱量から外部にした仕事を差し引いたものである。これは [⑧] 法則を表す。

Ⅲ 環境科学 (化学)

- 問1 エタン分子について、その形状、炭素原子の電子軌道の状態、および、炭素—水素の結合様式について、説明しなさい。
- 問2 0.2mol/Lの酢酸溶液のpHの値を求めなさい。
ただし、酢酸の平衡定数 $K_a=1.75 \times 10^{-5}$ 、 $\sqrt{3.5}=1.87$ 、 $\log 1.87=0.272$ とする。
- 問3 炭素5個でできているシクロペンタン環の2個のHがCl原子2個によって置換された分子の異性体の構造をすべて示しなさい。

Ⅳ 環境科学 (生物)

問1 次の用語の中から5つ選び、それぞれ100字以内で解説しなさい。

- | | | |
|------------|-------------|-------------|
| (1) 遺伝子の連鎖 | (5) 散在神経系 | (9) 適応放散 |
| (2) 暗順応 | (6) 形質転換 | (10) 標識再捕獲法 |
| (3) 形成層 | (7) 光—光合成曲線 | |
| (4) 密度効果 | (8) 窒素固定 | |

問2 植物体内の水の移動に関する次の文章を読み、以下の問いに答えなさい。

根で吸収された水は、道管を通過して [①] 器官のある葉に運ばれる。

葉の気孔に接する [②] 細胞の表面から水が水蒸気として失われると、隣接する細胞から水が引き出される。その結果、葉脈・葉柄の道管、そしてそれらの連なった茎の道管から水が引き上げられ、さらに根の道管・皮層、最後に [③] 細胞に吸引が及び、これによって土壌中の水が吸収される。この間、道管内の水柱は部分的に細くなったり太くなったりするが、連続する水柱として葉から根までつながっている。それは水が大きな [④] 力を持ち、水柱が切断されないからである。

蒸散量と吸水量の日変化を測定すると、根での [⑤] の原動力は [⑥] であることが分かる。つまり、太陽が昇るにしたがってまず [⑦] がさかんになり、少し遅れて [⑧] が始まる。また、午後 [⑨] が低下し始めると、間もなく [⑩] も低下する。

- (1) 文中の空欄 [①～④] に当てはまる適切な語句を答えなさい。
- (2) 文中の空欄 [⑤～⑩] には、「蒸散」または「吸水」のいずれかの語が入る。「蒸散」が入る空欄を番号で答えなさい。
- (3) 下線部(蒸散量と吸水量の日変化)に示される変化を、模式図として解答用紙に記しなさい。ただし、縦軸は相対値で良い。
- (4) 蒸散に影響を及ぼす環境要因を3つ挙げなさい。
- (5) 下線部(蒸散量と吸水量の日変化)に関連して、「光合成速度の日中低下」と呼ばれる現象がある。この現象が生じるメカニズムを説明しなさい。