

専門選択	(数理情報学専攻)
------	-----------

※ 9題中4題を選択して解答しなさい。所定の解答用紙に問題番号と解答を書きなさい。解答用紙は1題につき1枚を使用しなさい。

I

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

とするとき、 $x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$ の微分方程式、

$$\frac{dx}{dt} = Ax + b \quad (*)$$

を考える。

- (1) $Ax + b = 0$ を満たす $x = \bar{x}$ を求めなさい。
- (2) $x(t)$ を (*) の解とし、 $y(t) = x(t) - \bar{x}$ とする。 $y(t)$ の満たす微分方程式を求めなさい。
- (3) 微分方程式 (*) の一般解 $x(t)$ を求めなさい。

II つぎの問に答えなさい。

- (1) $\cosh z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}$ の $z = 0$ におけるテイラー展開を求めなさい。
- (2) $f(z) = \frac{\cosh z}{z^3}$ の $z = 0$ におけるローラン展開を求めなさい。
- (3) つぎの積分を計算しなさい。

$$\int_{|z|=2} \frac{\cosh z}{z^3(z-1)} dz$$

III つぎの問に答えなさい。

(1) k, m を 0 以上の整数とする。

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos kx \cos mx \, dx$$

を計算しなさい。

(2) つぎの関数のフーリエ級数を求めなさい。

$$f(x) = x^2, \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

(3) 無限級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2} = 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots$$

の値を求めなさい。

IV xy 平面上を運動する 2 つの質点 P, Q の位置が時刻 t の関数として

$$r_P(t) = (t, t^2 + 3), \quad r_Q(t) = \left(\frac{t+1}{2}, 1 \right)$$

で与えられている。

(1) P の速度ベクトル $v_P(t)$ を求めなさい。

(2) 第 3 の質点 R は、時刻 t_1 までは質点 P と合体して運動していたが、時刻 t_1 で静かに質点 P と分離した。 $t \geq t_1$ での R の位置 $r_R(t)$ を求めなさい。ただし、分離後 R は等速直線運動を行なうものとする。

(3) (2) の R は P と分離後、時刻 t_2 で Q と衝突した。 t_1, t_2 を求めなさい。

V スカラー場 ϕ とベクトル場 $A = (A_x, A_y, A_z)$ を考える。

(1) $\phi = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ のとき，勾配 $\text{grad } \phi$ を求めなさい。

(2) $A = (x, y, z)$ のとき，発散 $\text{div } A$ と回転 $\text{rot } A$ を求めなさい。

(3) $\text{grad } \phi = A$ とする。また，定ベクトル a に対し，スカラー場 $U = a \cdot A$ を考える。このとき $\text{grad } U = (F_x, F_y, F_z)$ は

$$F_x = a \cdot \text{grad } A_x, \quad F_y = a \cdot \text{grad } A_y, \quad F_z = a \cdot \text{grad } A_z$$

で与えられることを示しなさい。

VI 確率変数 X の確率密度関数は

$$p(x) = \begin{cases} 2 & -\frac{1}{4} \leq x < 0 \text{ のとき} \\ \frac{1}{6} & 0 \leq x < 3 \text{ のとき} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

で与えられる。

(1) $|X| \leq \frac{1}{8}$ となる確率を求めなさい。

(2) X の平均を求めなさい。

(3) X の分散を求めなさい。

(4) e^X の期待値を求めなさい。

VII n 個の整数が配列 a に格納されている。この配列中の要素を並び替えて、配列の先頭側には負の数が、末尾側には非負の数が集まるようにしたい(昇順に整列させる必要はない)。

- (1) これを効率よく行う方法を考え、その手順を説明しなさい。
- (2) このようなことを行うプログラムを、整数 n と配列 a を引数として受け取って、配列 a の要素を並び替えるようなサブルーチン(関数やクラスメソッドなど)の形で書きなさい。プログラミング言語としては、C, Java, Pascal, Fortran のいずれかを用いなさい。

VIII ある4ビットALU(算術論理演算装置)には、C(carry)、S(sign)、Z(zero)、V(overflow)と表される各1ビットの状態フラグが付属し、このALUで行われた演算の結果によって、それぞれ、次のようにセット(1)あるいはクリア(0)される。ただし、このALUでは、負の整数を2の補数で表すような符号付き2進数を扱うものとする。

- C 演算を行った際の桁上げがあった場合にセットされ、そうでなければクリアされる。
- S 演算結果の最上位ビットが1のときにセットされ、0ならクリアされる。
- Z 演算結果のすべてのビットが0のときにセットされ、そうでなければクリアされる。
- V 算術演算の演算結果が符号付き2進数で表現できる整数の範囲を越えてしまった場合にセットされ、そうでなければクリアされる。

2つの符号付き2進数 A と B に対して、このALUを使って $A - B$ の算術演算を行うと、上記の各状態フラグの値によって A と B の大小関係を判定することができる。このとき、つぎの問に答えなさい。

- (1) $V = 1$ となるような A と B の値の組み合わせの例を、 A が正の場合と負の場合とについて、それぞれ1組ずつビットパターンで示しなさい。
- (2) 以下の関係の成立を表すための状態フラグの値に関する条件をそれぞれ示しなさい。
 - (a) $A \neq B$
 - (b) $A \geq B$
 - (c) $A > B$
 - (d) $A < B$

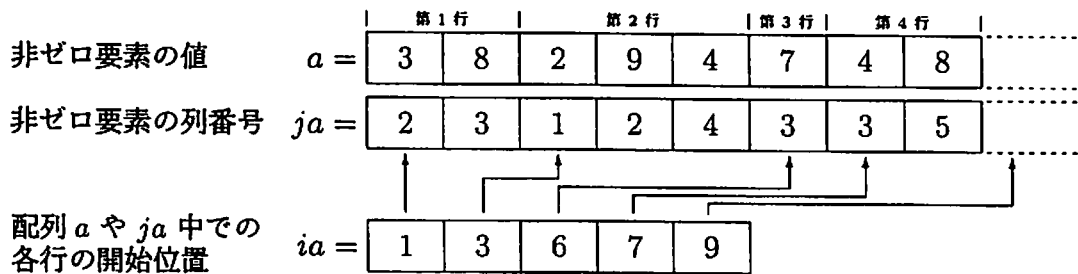
IX 工学分野に現れる行列の多くは、その多くの要素が0であるような疎(sparse)行列である。このような行列をプログラム中で効率的に扱うために、 m 行 n 列の疎行列 S を、3つの1次元配列 a , ja , ia を用いてつぎのように表現することを考える。

- 十分な長さを持つ配列 a には、行列 S の0でない成分を、行番号が小さいものから順に、同じ行については列番号が小さいものから順に、格納する。
- 配列 a と同じ長さの配列 ja には、配列 a に格納された(行列 S の)0でない成分の列番号をそれぞれ格納する。
- 長さ $m+1$ の配列 ia には、行列 S の各行について、その0でない成分が配列 a や ja のどの添字で始まっているのかを格納する。ただし、配列 ia の末尾の要素には、配列 a の使用していない部分が始まる位置(添字)を格納する。

たとえば、4行5列の疎行列

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 8 & 0 & 0 \\ 2 & 9 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

を以下のように表現する。



ただし、この例では、配列の添字や、行列の行番号、列番号は1から始まるものとしている。

(1) このような表現をする場合に、配列 ia の末尾の要素の値が必要な理由を述べなさい。

(次ページに続く)

- (2) m 行 n 列の行列の各成分が 2 次元配列 S に格納されている時、3 つの 1 次元配列 a , ja , ia の内容を構成するプログラムを C, Java, Pascal, Fortran のいずれかのプログラミング言語を用いて書きなさい。ただし、変数 m , n , および配列 S , a , ja , ia , は正しく宣言されているものとして、この処理を行う部分のプログラムだけを書けばよい。また、行列の i 行 j 列の成分は、2 次元配列 S の第 1 の添字が i , 第 2 の添字が j の要素に格納されているものとする。配列の添字や、行列の行番号、列番号は 1 から始まるものとしてもよいし、0 から始まるものとしてもよいが、どちらを採用したのかを答案に明記すること。

専門選択	(電子情報学専攻)
------	-----------

次の7問のうち4問を選んで解答しなさい。別紙解答用紙には必ず解答する問題番号を記入した上で解答しなさい。

問題 1

送信記号の集合が $A = \{A_1, A_2\}$ であり、受信記号の集合が $B = \{B_1, B_2\}$ である、2元通信路を考える。今、送信記号 A_1 の発生確率 $p(A_1)$ を α とし、送信記号が A_i であるとき受信記号が B_i となる条件付き確率 $p(B_i | A_i)$ を β_i とする (ただし、 $i = 1, 2$)。ここに、 α および β_1, β_2 は、 $0 \leq \alpha, \beta_1, \beta_2 \leq 1$ なる実数である。このとき、次の問に答えなさい。

(1) この2元通信路の通信路行列

$$P = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} B_1 & B_2 \end{array} \\ \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \end{array} & \begin{bmatrix} p(B_1 | A_1) & p(B_2 | A_1) \\ p(B_2 | A_1) & p(B_2 | A_2) \end{bmatrix} \end{array}$$

を求めなさい。

(2) $i, j = 1, 2$ に対して、受信記号が B_j であるとき送信記号が A_i となる条件付き確率 $p(A_i | B_j)$ を求めなさい。すなわち、確率 $p(A_1 | B_1), p(A_2 | B_1), p(A_1 | B_2), p(A_2 | B_2)$ を、それぞれ求めなさい。

(3) $\alpha \neq 0, 1$ の場合に、送信記号の平均情報量 (entropy) $H(A)$ を求めなさい。

(4) さて、 β_1 と β_2 の具体的な値が与えられると、この2元通信路における送信記号と受信記号の平均相互情報量 (mutual information) $I(A; B)$ は、 α の関数と考えられる。その関数を $F(\alpha)$ とし、関数 $F(\alpha)$ の最大値を C とする。このとき、 C は何と呼ばれるかを記述しなさい。

(5) 今、

$$\alpha = \frac{1}{3}, \beta_1 = \frac{3}{5}, \beta_2 = \frac{4}{5}$$

であるとする。このとき、この2元通信路のあいまい度 $H(A|B)$ と平均相互情報量 $I(A; B)$ を、それぞれ、 $\log_2 3$ と $\log_2 5$ を用いてできるだけ簡単な式で表しなさい。

問題 2

下記の設問に答えなさい。

- (1) 2進数01011100の1に対する補数と、2に対する補数を求めなさい。
- (2) 10進数0.5を16進数に変換しなさい。
- (3) 仮想記憶装置のページ置換アルゴリズム、LRUの説明をしなさい。
- (4) 命令セットアーキテクチャに関してCISCと比較したときのRISCの特徴を述べなさい。
- (5) 7ビットからなる文字を80文字を1ブロックとして、水平・垂直パリティ付き、調歩同期方式（スタート・ストップ信号はそれぞれ1ビット）で伝送する。800文字のデータを伝送する場合、送られるビット数を求めなさい。

問題 3

- (1) 節点の数が256個の完全2分木の、葉のレベル（深さ）の最大値
- (2) 次の式を逆ポーランド記法に変換しなさい。

$$\frac{(A+B) \times (C+D)}{A-D}$$

- (3) 次の生成規則によって生成できる式をアからオの中から選びなさい。

【生成規則】

$\langle \text{式} \rangle ::= X | A \langle \text{式} \rangle B | \langle \text{式} \rangle \langle \text{式} \rangle$

ア AXBAAXXB イ AXBABABAABB ウ XXAX
エ XXX オ AXXXBAAAXB

- (4) 球の体積Vを求める関数sphereVolumeを作成しなさい。

体積 $V = 4 / 3 \pi r^3$

- (5) エラー処理付きのfactorial関数を使い、15の階乗を計算する再帰構造を使ったCプログラムを作成しなさい。尚、計算値の結果を考慮してふさわしい型を判断すること。15の階乗は、130767436800 です。

問題 4

情報信号 $S(t)$ を、搬送波 $Ac \cos(\omega ct + \phi_c)$ で角度変調(angular modulation)した時の数式例を導き、各項の持つ意味と説明を、周波数スペクトル図と共に示しなさい。

問題 5

相互インダクタンスを含む回路について以下の問いに答えなさい

(1) 図1のような相互インダクタンスのインピーダンス行列は

$$[Z] = \begin{bmatrix} j\omega L_1 & j\omega M \\ j\omega M & j\omega L_2 \end{bmatrix}$$

となることを証明しなさい

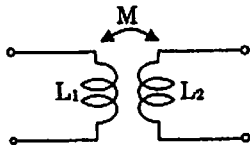


図1 相互インダクタンス

(2) 図2のような回路は図3の回路に等価であることを証明しなさい。

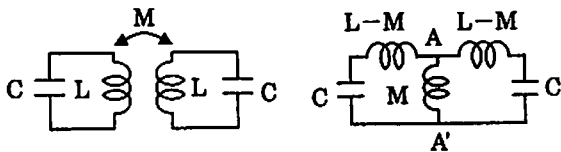


図2 M結合共振回路

図3 図2の等価回路

(3) 図3の回路の共振周波数はAA'における全アドミタンスを0とすることによって求められる。共振周波数が $1/\sqrt{C(L-M)}, 1/\sqrt{C(L+M)}$ と2つあることを証明しなさい。

問題 6

- (1) 真性半導体のエネルギー帯構造を図示しなさい（禁止帯幅 E_g 、価電子帯、伝導帯、フェルミエネルギー E_f を示しなさい）。次に真性半導体の場合、伝導帯に遷移した電子数と価電子帯の正孔数はどちらが大きいか、または等しいか答えなさい。
- (2) 絶縁体のエネルギー帯構造を（1）と同様に図示し、（1）で示した半導体のエネルギー帯構造と、何が違うためになぜ絶縁体の抵抗率が大きいか、キャリア密度を考慮して説明しなさい。
- (3) シリコンなどのIV族元素の半導体にひ素などのV族元素を不純物添加し、結晶の原子位置にあるIV族元素の一部がV族元素に置き換わったとする。このときのエネルギー帯構造を図示し、キャリアについて説明しなさい。

問題 7

- (1) 複素平面での閉曲線 $C_1 : z(t) = 1 + \sqrt{2}e^{i2\pi t}$ ($0 \leq t < 1$) を、複素平面に図示しなさい。
- (2) 次の複素積分を求めなさい。積分路は上述の C_1 を反時計まわりにまわるものとする。

$$\int_{C_1} \frac{1}{z^2 + i2z - 4} dz$$

- (3) 複素平面での閉曲線 $C_2 : |z| = \frac{3}{2}$ を、パラメータ t を使って、 $z(t) = \dots$ のかたちで表しなさい。

- (4) 次の複素積分を求めなさい。積分路は上述の C_2 を反時計まわりにまわるものとする。

$$\int_{C_2} \frac{-3z + 4}{z(z-1)(z-2)} dz$$

専門選択 (機械システム工学専攻)

次の7問のうち4問を選んで解答しなさい。別紙解答用紙には必ず解答する問題番号を記入した上で解答しなさい。

問題1 機械力学

図1に示すように、平行に置かれた同じ方向に回転する同一形状の2つの円筒の間に質量が無視できる剛体の平板が置かれ、平板が水平状態でこの二つの円筒に接している。平板の片端には質量 M の錘が取り付けられており、重力により下方に Mg の力で引かれている。左側の円筒と平板との摩擦係数を 2μ 、右側の円筒と平板との摩擦係数を μ とする。また、平板に対する垂直力を R_1, R_2 、接線力を F_1, F_2 とする。二つの円筒の軸間水平距離を a 、右の円筒の中心から a だけ離れた位置を基点に錘の位置を x とし、以下の質問に答えなさい。ただし、位置や力は図に示す矢印の方向を正とし、摩擦係数 μ は一定とする。

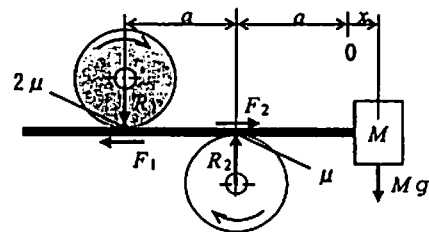


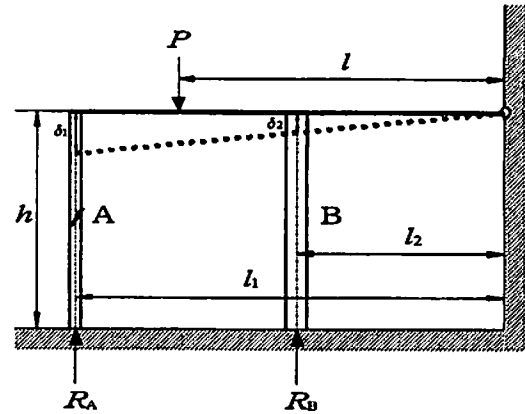
図1

- (1) F_1, F_2 を x の関数として求めなさい。
- (2) 錘の運動方程式を x の関数として求めなさい。
- (3) この錘の振動周期を T としたとき、摩擦係数 μ を求めなさい。
- (4) 左側の円筒と板との摩擦係数を 2μ から μ に減らすと、錘の運動はどのように変わるか、理由も含め文章で答えなさい。

問題 2 材 料 力 学

以下の ① から ⑱ に当てはまる式を答えなさい。

- (1) 図のように、長さが h 、それぞれの断面積が S_1, S_2 、縦弾性係数が E_1, E_2 の 2 本の支柱 A, B を刚性床の上に鉛直に立て、その上に一端を壁にピン結合した刚性棒を水平に置く。壁から l 離れた刚性棒の上に鉛直荷重 P が作用するとき、支柱 A, B がそれぞれ壁から l_1, l_2 の位置で、それぞれの支柱に作用する反力を R_A, R_B とすると、右端のピンのまわりのモーメントのつり合いより



$$Pl = \text{①}$$

支柱 A, B の縮みを δ_1, δ_2 とすると、それぞれの支柱に作用する反力 R_A, R_B 、断面積 S_1, S_2 、弾性係数 E_1, E_2 と支柱の長さ h を用いて

$$\delta_1 = \text{②}, \quad \delta_2 = \text{③}$$

図から明らかに、 $\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{l_1}{l_2}$ の関係があるから、上式を代入して

$$\frac{R_A}{R_B} = \text{④}$$

したがって、モーメントのつり合い式を用いて

$$R_A = \text{⑤} \times P, \quad R_B = \text{⑥} \times P$$

ゆえに、支柱 A, B に生ずる圧縮応力 σ_1, σ_2 は、

$$\sigma_1 = \text{⑦} \times P, \quad \sigma_2 = \text{⑧} \times P$$

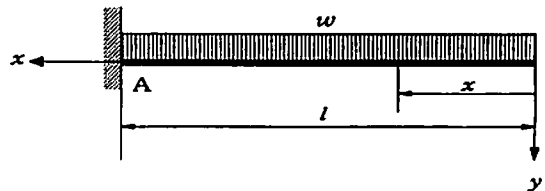
- (2) 図のような、曲げ剛性が EI の片持ちり (A 端で固定) の全長に単位長さあたり w の等分布荷重が作用している。自由端から距離 x の断面でのせん断力は $F = \text{⑨}$ 、曲げモーメントは $M = \text{⑩}$ と表せる。たわみの式を用いると、

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \text{⑪}$$

となるので、これを積分して、

$$\frac{dy}{dx} = \text{⑫} + C_1$$

$$y = \text{⑬} + C_1x + C_2$$



固定端 $x = l$ で、 $\frac{dy}{dx} = \text{⑭}$ および $y = \text{⑮}$ の境界条件を用いて、

$C_1 = \text{⑯}$ と $C_2 = \text{⑰}$ が定まり、最大たわみ δ_{\max} は自由端 $x = 0$ に生じるので、 $\delta_{\max} = \text{⑱}$ となる。

問題 3 材 料 強 度 学

以下の問に、問の順に、答えなさい。答えがない場合は、「答えなし」と書いて次の問に進みなさい。

金属材料の強さを調べるための引張試験を考えます。試験した材料では、降伏点降下は観察されなかったとします。

(1) この試験で得られる応力—ひずみ線図の概要を描きなさい。

また、描いた線図において、比例限 (A)、弾性限 (B)、引張強さ (C)、破断強度 (D) に相当する点を、それぞれ、A、B、C、D で示し、それぞれの点での材料の特性を説明しなさい。

(2) 試験中に試験片に観察されるネッキングという現象について、試験片の図を描いて説明しなさい。また、公称応力と真応力について説明しなさい。

破壊じん性について考えます。

(3) き裂を有する 2 次元の固体が負荷を受けている場合について、き裂の三つの変形モードを、図に描いて説明しなさい。

(4) 応力拡大係数について、説明しなさい。

機械・構造物の疲労強度について考えます。

(5) 機械要素の疲労試験の結果である S—N 曲線の概要を図に描き、疲労限の決め方について説明しなさい。

(6) 切欠き効果と応力集中係数について説明しなさい。

問題 4 熱工学

理想気体を作業流体とするカルノーサイクルがある。理想気体のガス定数を R [kJ/(kg · K)]、比熱比を κ とし、高温熱源の温度を T_H [K]、低温熱源の温度を T_L [K] として、以下の問いに答えなさい。

- (1) 等温膨張過程 1→2 (状態 1 から状態 2 への変化) においては、作業流体の単位質量あたりの受熱量 q_H [kJ/kg] は比体積 v_1 [m³/kg] および v_2 [m³/kg] を含んだ式でどのように与えられるか。また、単位質量あたりの仕事 l_{12} [kJ/kg] はどのような式で与えられるか。
- (2) 断熱膨張過程 2→3 (状態 2 から状態 3 への変化) においては、単位質量あたりの仕事 l_{23} [kJ/kg] は圧力 P_2 [kPa]、 P_3 [kPa] および v_2 [m³/kg]、 v_3 [m³/kg] を含んだ式でどのように与えられるか。
- (3) 等温圧縮過程 3→4 (状態 3 から状態 4 への変化) においては、単位質量あたりの放熱量 q_L [kJ/kg] は v_3 [m³/kg] および v_4 [m³/kg] を含んだ式でどのように与えられるか。また、単位質量あたりの仕事 l_{34} [kJ/kg] はどのような式で与えられるか。
- (4) 断熱圧縮過程 4→1 (状態 4 から状態 1 への変化) においては、単位質量あたりの仕事 l_{41} [kJ/kg] は P_4 [kPa]、 P_1 [kPa] および v_4 [m³/kg]、 v_1 [m³/kg] を含んだ式でどのように与えられるか。
- (5) T_H/T_L と v_3/v_2 および v_4/v_1 の関係を示しなさい。また、 v_1 、 v_2 、 v_3 、 v_4 の間の関係式を示しなさい。
- (6) このカルノーサイクルの熱効率 η_c を q_H および q_L [kJ/kg] で表しなさい。また、 T_H および T_L [K] で表しなさい。
- (7) このサイクルの概略を $P-v$ 線図に示しなさい。なお、過程の矢印と状態の番号を示すこと。また、 q_H および q_L を記入し、このサイクルの仕事 l [kJ/kg] を斜線で示すこと。

問題 5 流 体 工 学

1. 送油管内の中心のゲージ圧力を求めるために、図1に示すように2個のU字管を用いる。各寸法は $h_0=10\text{cm}$ 、 $h_1=56\text{cm}$ 、 $h_2=35\text{cm}$ 、 $h_3=54\text{cm}$ であった。水の密度 $\rho=1000\text{kg/m}^3$ 、水銀の密度 $\rho_{Hg}=13600\text{kg/m}^3$ 、油の密度 $\rho_o=850\text{kg/m}^3$ とするとき、送油管の中心における油のゲージ圧力 p を求めなさい。ただし、重力加速度は 9.8m/s^2 とする。
2. ある水平管系において、管内径が上流側で 200mm 、下流側で 400mm に広がっている場合で、この中を水が体積流量 $0.314\text{ m}^3/\text{s}$ で流れている。このときの管内の質量流量およびそれぞれの断面における平均流速を求めなさい。ただし、水の密度は 1000kg/m^3 とする。
3. 図2に示すような開放型の大型タンクで、水面から下方の側壁に小さい穴を開け、 $v=30\text{m/s}$ の割合で水を流出させるために必要なタンクの液面までの高さ H を求めなさい。ただし、水の密度は 1000kg/m^3 とする。
4. 内径 5cm のまっすぐな円管内を、水が流速 20m/s で流れているとき、流れが十分発達した領域において管軸長さ 10m の区間の摩擦による圧力損失が 98Pa であった。そのときの損失ヘッド h および管摩擦係数 λ を求めなさい。ただし、水の密度は 1000kg/m^3 とし、損失ヘッド h の単位は mm とする。
5. ベルヌーイの定理を示す式を比エネルギーの単位 (J/kg) で表しなさい。その際、各項がその単位となっていることも示すこと。
6. レイノルズ数について、動粘度 ν を用いて表した式および粘度 μ を用いて表した式を記述しなさい。また、管摩擦損失を求める際に、このレイノルズ数がどのように関係しているのかを説明しなさい。なお、レイノルズ数を表す際に必要な他の諸量（動粘度、粘度も含む）は定義・単位も含めて記述すること。

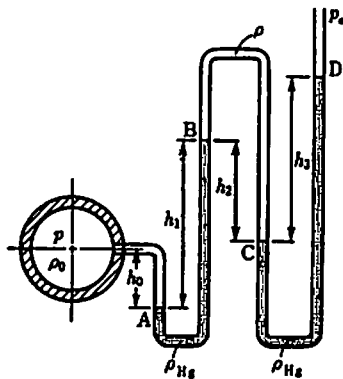


図 1

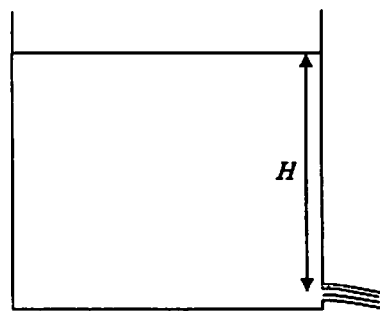


図 2

問題 6 制御工学

以下の問いに順に答えなさい。ただし、 t は時間を表すものとする。

- (1) ダンバ、質点、ばねによって構成された図1のようなシステムを考える。ここで、ダンバの減衰定数を D 、質点の質量を M 、ばね定数を K とする。ばねの一端 A および質点の、平衡状態からの位置の変位をそれぞれ $x(t)$ および $y(t)$ とするとき、質点の動きを表す微分方程式を示しなさい。ただし、右方向を正の変位とする。
- (2) 点 A の位置の変位 $x(t)$ を入力、質点の位置の変位 $y(t)$ を出力とみなすとき、図1に示すシステムの伝達関数 $G_1(s)$ を求めなさい。
- (3) 図1に示すシステムは、図2のようなフィードバック制御システムと考えることができる。このとき、図2中の伝達関数 $G_2(s)$ を求め、その伝達関数が意味するところのものを詳しく説明しなさい。また、どのような物理量がフィードバックされるシステムなのかについても詳しく説明しなさい。
- (4) コイル、コンデンサ、抵抗によって構成された図3のシステムを考える。コイルの自己インダクタンスを L 、コンデンサの容量を C 、抵抗の大きさを R とする。入力電圧と出力電圧をそれぞれ $x(t)$ および $y(t)$ とするとき、入出力関係を表す微分方程式を示しなさい。
- (5) 図3に示すシステムの伝達関数 $G_3(s)$ を求めなさい。
- (6) 問(2) および(5) で求めた伝達関数 $G_1(s)$ および $G_3(s)$ が全く同じになるとき、パラメータ D, M, K, L, C, R が満たすべき関係を示しなさい。

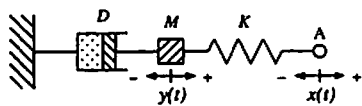


図1

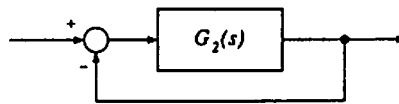


図2

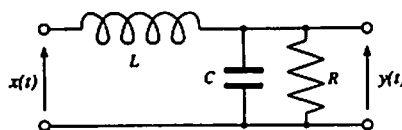


図3

問題 7 機械材料学

下に示した Fe-C 状態図を参考に、以下の問いに答えなさい。

Fe-1.2mass% C の鋼を、オーステナイト状態から室温までゆっくり冷却した。このとき、合金の組織は、わずかに C を固溶する (I) と、Fe と C との間の準安定化合物である Fe_3C (II) とが層状に積み重なった組織である (III) と、冷却の初めにオーステナイトから析出した (II) が (III) を取り巻く網状 (II) と呼ばれる組織となる。

(1) 上の () 内の I, II, III の名称を書きなさい。

(2) 上の組織 (III) を独立の相とみなしたとき、Fe-1.2mass% C の鋼を、オーステナイト状態から室温まで、ゆっくりと冷却したときの組織中の、相 (III) と、それを取り巻く相 (II) との質量比 (mass%) を求めなさい。なお、計算は%で3桁まで求めること。

注：まず相 (II) 中の C の質量%を、次の各原子量の値を用いて求める。

Fe: 55.84, C: 12.01

次に、状態図から相 (III) の C の質量%を知る。これらを用い、状態図の「てこの原理」を使い、C: 1.2mass% の位置での、各相の質量比を求める。

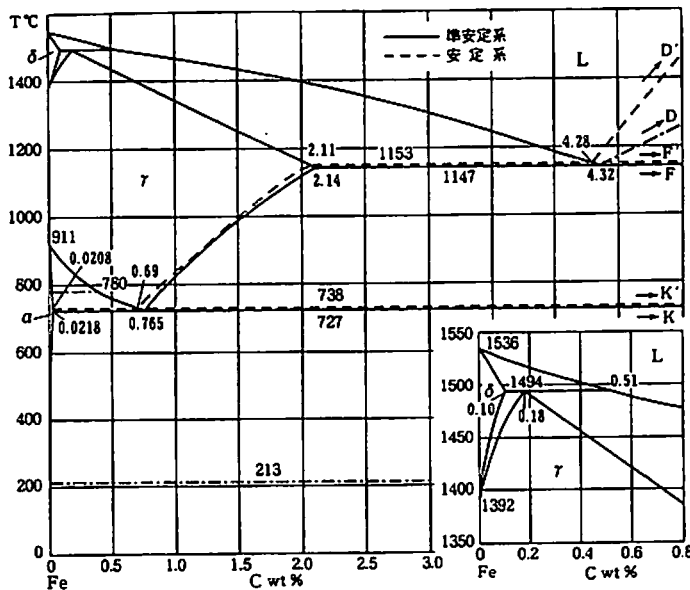


図 Fe-C系の最も新しい状態図 D, F, K: Fe_3C D', F', K': グラファイト

専門選択（物質化学専攻）

次の7問のうち4問を選んで解答しなさい。別紙解答用紙には必ず解答する問題番号を記入した上で解答しなさい。

問題1 {グリーンケミストリー}

I 水素は燃焼時に二酸化炭素を発生しないことから、環境に優しいエネルギー源として大きな期待が寄せられている。水素の化学エネルギーを電気エネルギーに変換する装置として燃料電池が知られている。

燃料電池に関する以下の問に答えなさい。

(1) 燃料電池は火力発電と同様に、化学エネルギーを電気エネルギーに変換する装置であるが、理論的には燃料電池の発電効率は火力発電の発電効率に比べてきわめて大きい。この理由について説明しなさい。

(2) 基本的な燃料電池の一つであるアルカリ型水素-酸素燃料電池の正極および負極における電池反応をそれぞれ書きなさい。

(3) 水素の燃焼反応 $\text{H}_2 + 1/2\text{O}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O}$ の298 Kにおける ΔG および ΔH の値はそれぞれ $\Delta G = -228.6 \text{ kJ mol}^{-1}$ 、 $\Delta H = -241.8 \text{ kJ mol}^{-1}$ である。水素-酸素燃料電池の298 Kにおける理論起電力は何Vか求めなさい。ただし、ファラデー定数は 96500 C mol^{-1} としなさい。

(4) 水素-酸素燃料電池の298 Kにおける理論エネルギー変換効率を求めなさい。

(5) 燃料電池の燃料である水素の化石燃料からの合成法について説明しなさい。

問題2〔物理化学系1〕

- I 二段階に解離する弱酸(H_2A)の溶液がある。近似を用いて、この溶液のpHを求めなさい。
また、近似を用いると2価の陰イオンの濃度($[A^{2-}]$)が弱酸(H_2A)の初濃度に依存せず、第二解離平衡定数 K_{a_2} に等しくなることを示しなさい。
ただし、弱酸(H_2A)の初濃度を $[H_2A]_0$ とし、第一解離平衡定数 K_{a_1} が K_{a_2} よりもかなり大きいとする。
- II 分子軌道の考え方より、窒素分子(N_2)のエネルギー準位図を示し、結合次数を求めなさい。
また、ネオン(${}_{10}Ne$)が単原子分子である(2原子分子にはならない)理由を分子軌道の考え方より説明しなさい。
- III 次の語句を説明しなさい。
- (1) 基底状態と励起状態
 - (2) 縮重

問題3 [物理化学系2]

I 物質Aおよび物質Bは、固体状態では互いにほとんど混ざり合わず、液体状態では完全に混ざり合う。

図1はこれらの物質の2成分系相図である。次の各問に答えなさい。

- (1) 図中のア～エの各領域の状態（固体・液体の別と含まれる成分）を答えなさい。
- (2) 純物質Aと純物質Bの融点はどちらが高いか答えなさい。
- (3) 物質Aを溶媒、物質Bを溶質と見なすとき、図中の曲線cは、溶液の凝固点が純溶媒の凝固点より低くなることを示している。この現象を何というか答えなさい。また、このときの温度差と質量モル濃度との関係を示しなさい。
- (4) 図中の点線aに沿って溶液を冷却した場合に生じる変化を説明しなさい。
- (5) 図中の点線bによって示される組成の名称を答えなさい。

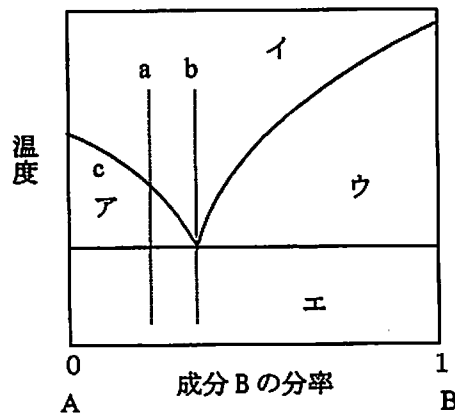


図1

問題 4 [無機化学系 1]

I 次に示す化合物の分子構造を描き、混成軌道の概念からなぜそのような構造をとるか説明しなさい。また、これら分子が属する点群を示し、それらと同じ点群に属する分子を2つ答えなさい。

- (1) BeCl_2 (2) BCl_3 (3) CCl_4

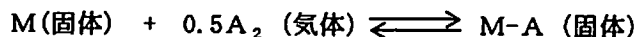
II 錯イオン $[\text{NiCl}_4]^{2-}$ と $[\text{Ni}(\text{CN})_4]^{2-}$ の相違を分子構造、3d 軌道の分裂および磁性の点から考察しなさい。

III 次の語句を説明しなさい。

- (1) 活性酸素 (2) 水素結合 (3) 両性酸化物

問題 5 [無機化学系 2]

I 金属の中には、気体と可逆的に反応するものがある。いま、以下に示す反応が気体 A_2 の雰囲気中で起こっている。



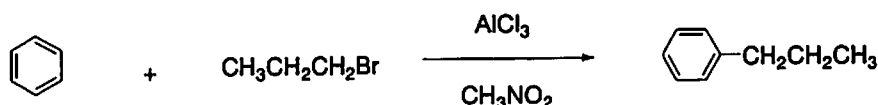
- (1) 温度を一定に保ちながら気体の圧力を増加させたとき、縦軸に気体圧力、横軸に生成した化合物中の気体成分の量をとる PCT (圧力-組成-温度) 曲線を描きなさい。
- (2) 上記反応において、供給する気体の量を増加させても、反応にともない全体の気体圧力が増加しない場合がある。この理由をギブスの相律を用いて説明しなさい。

II 蛍石型構造をとる立方晶ジルコニアの空間群は、 $Fm\bar{3}m$ である。それぞれの文字と数字が何を意味しているか説明しなさい。

問題 6 [有機・高分子系 1]

I 次の文章を読んで、以下の質問に答えなさい。

塩化アルミニウムを触媒に用いて、以下の式に示すようにベンゼンと 1-ブロモプロパン を反応させ、*n*-プロピルベンゼン を合成した。

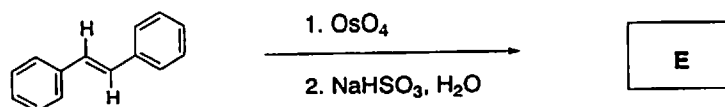
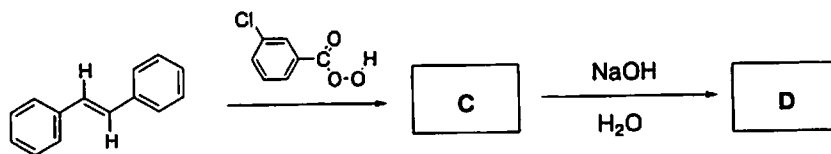
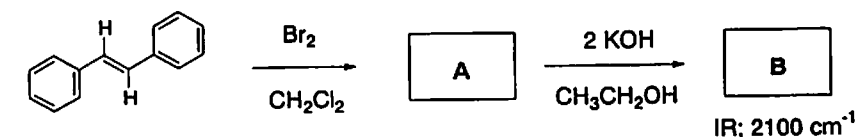


すると、目的の *n*-プロピルベンゼンの他に、質量スペクトルにおいて $M^+ = 120$ に分子イオンピークを示し、次のような $^1\text{H NMR}$ スペクトルをもつ炭化水素が得られた。

7.25 ppm (5H, 幅広い 1 重線)、2.70 ppm (1H, 七重線、 $J=7$ Hz)、1.22 ppm (6H, 二重線、 $J=7$ Hz)

- (1) この化合物の構造式を書きなさい。
- (2) この化合物が生成した反応機構について説明しなさい。
- (3) このような副生成物を全く生成せずに、*n*-プロピルベンゼンのみを合成するには、どのような反応を用いればよいか？その反応式を書きなさい。

II (1) トランス-スチルベンを出発原料に用いた以下の反応式中の A, B, C, D および E の構造を立体化学が分かるように書きなさい。



- (2) 化合物 D と E は、ともに $\text{C}_{14}\text{H}_{14}\text{O}_2$ の分子式をもつが、このような異性体は、反応機構の違いにより生成する。D と E を生成した反応機構について説明しなさい。

問題7 [有機・高分子系2]

I 高分子の結晶化度を求めるためには示差走査型熱量測定 (DSC) が簡便な方法である。ある結晶性高分子の結晶化温度を変えて作製した試料の DSC 測定を行ったところ、融点と融解エンタルピーが次の表の通りとなった。以下の間に答えなさい。

結晶化温度 T_c (°C)	融点 T_m (°C)	融解エンタルピー ΔH (J/g)
100	135	220
110	138	224
120	141	228
130	144	232

- (1) DSC により結晶化度を求める手順を簡単に述べなさい。
- (2) 結晶化温度が上がると融点が高くなる理由を説明しなさい。
- (3) 平衡融点を求めなさい。必要であればグラフ用紙 (別紙) を用いなさい。
- (4) 100%結晶の融解エンタルピー ΔH (J/g) を求めなさい。必要であればグラフ用紙 (別紙) を用いなさい。
- (5) この高分子の融解エンタルピーが 108 J/g であったとすると結晶化度はいくらになるか計算しなさい。
- (6) DSC 以外に高分子の結晶化度を求める方法をできるだけ多く挙げなさい。