

専門 I	(数理情報学専攻)
------	-----------

※ 問題 I には必ず解答しなさい。さらに、問題 II, III, IV から 2 題を選択して解答しなさい。所定の解答用紙に問題番号と解答を書きなさい。解答用紙は 1 題につき 1 枚を使用しなさい。

I ベクトル

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

について、以下の問いに答えなさい。

- (1) $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4$ は一次従属か一次独立かを調べなさい。
- (2) $T\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2, T\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_3, T\mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_4, T\mathbf{e}_4 = \mathbf{e}_1$ を満たす 4 行 4 列の行列 T を求めなさい。
- (3) 行列 T の行列式を求めなさい。

II

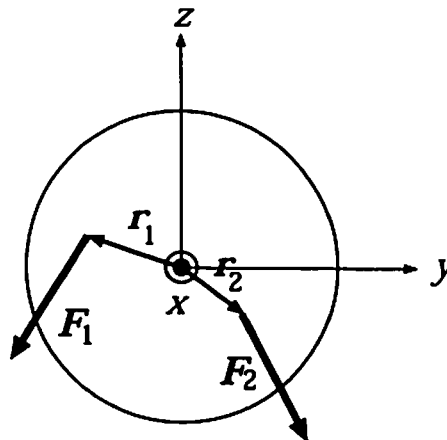
$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^4 + y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

を考える。

- (1) $f_x(0, 0), f_y(0, 0)$ を計算しなさい。
- (2) 点 $(x, y) = (0, 0)$ で $f(x, y)$ は連続かどうか調べなさい。

III 次の問に答えなさい。

- (1) 質量 $m = 2$ の物体に一定の力 $F = (1, -2, -3)$ がはたらいている。この物体が時刻 $t = 0$ に点 $A(1, 2, 3)$ を速度 $v_0 = (-1, 1, -2)$ で通過した。
- (a) 任意の時刻 t におけるこの物体の位置ベクトル $r(t)$ を求めなさい。
- (b) 3点 $B(1, 0, 0)$, $C(0, 1, 0)$, $D(0, 0, 1)$ を含む平面を考える。時刻 $t > 0$ に物体がこの平面を横切る場合はその時刻を求めなさい。
- (2) x 軸を回転軸として、そのまわりに自由に回転できる円板がある。円板の $r_1 = (0, -2, 1)$ の位置に力 $F_1 = c(0, -1, -2)$ を、 $r_2 = (0, 1, -1)$ の位置に力 $F_2 = (0, 2, -3)$ を加えた。ただし c は定数を表す。この円板が x 軸の回りに回転せずにつりあうための c の条件を求めなさい。



IV 非負の整数をキーボードから次々と入力し、最後に -1 を入力すると、それまでに入力した非負の整数の最大値とその出現回数を出力するプログラムを作成したい。ただし、非負の整数が1つも入力されなかった場合には、何も出力しないようにする。

- (1) これをどのような手順で行えばよいかを考え、その手順を説明しなさい。
- (2) このようなことを行うプログラムを書きなさい。ただし、プログラミング言語としては、C, Java, Pascal のいずれかを用いなさい。

専門 I (電子情報学専攻)

次の問題すべてについて解答しなさい。別紙の解答用紙は1間につき1枚ずつ使用し、必ず問題番号を記入しなさい(解答が白紙であっても、すべての用紙に受験番号、氏名、問題番号を記入すること)。

I (数学)

速度に比例した抵抗があるときのバネ振動の方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \nu \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0 \quad (\nu, \omega = \text{定数})$$

に関して答えなさい。

- (1) この微分方程式の特性方程式を求めなさい。
- (2) $\omega^2 > \nu^2 / 4$ として一般解を書きなさい。
- (3) 初期値解 ($x(0) = x_0$, $\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = 0$) を求めなさい。
- (4) x の時間変化の概形を描きなさい ($\nu = 0.3\omega$)。

II (数学)

行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

に対して、次の問に答えなさい。

- (1) 行列 A の固有値を求め、固有値に対する大きさ1の固有ベクトルを求めなさい。
- (2) 行列 A を対角化しなさい。

Ⅲ (物理)

下記の設問に答えなさい。

- (1) 物体の運動に関してニュートンが導いた法則の一つに作用・反作用の法則がある。この法則が適用される物理現象を、例を用いて説明しなさい。
- (2) ニュートンが発見した万有引力の法則に関する下記の問いに答えなさい。
- (a) 万有引力の法則を説明しなさい。
- (b) 地球の質量 M を有効数字2桁で求めなさい。ただし、地球の自転による影響は無視できるとする。また、必要であるならば、下記の物理定数表を使用しなさい：

万有引力定数	$6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$
重力加速度の大きさ (標準値)	9.81 m/s^2
地球の平均半径	$6.37 \times 10^6 \text{ m}$
太陽地球間の平均距離	$1.50 \times 10^{11} \text{ m}$
太陽の質量	$1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$
真空中での光の速さ	$3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$
電子の静止質量	$9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

- (3) 質量 m の質点 P が重力 \vec{F} だけを受けて地上近くを運動しているとする。3次元空間での重力加速度を $\vec{g} = (0, 0, -g)(g > 0)$ として、以下の問いに答えなさい。
- (a) 重力 \vec{F} は代表的な保存力である。保存力と保存力のする仕事の特徴をそれぞれ説明しなさい。
- (b) 質点 P が位置 $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ から位置 $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ に移動したとき、重力 \vec{F} のする仕事 W を求めなさい。ここで $z_1 > z_2$ である。

IV (物理)

次の問に答えなさい。

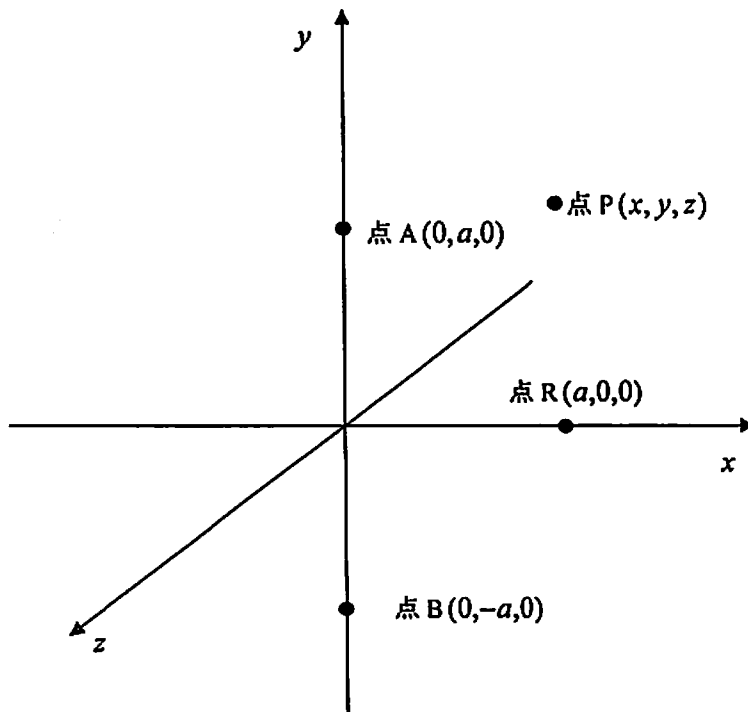
- (1) 点電荷 q ($q > 0$) を点 $A(0, a, 0)$ ($a > 0$) においたとき、任意の点 $P(x, y, z)$ での電位 V は

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y-a)^2 + z^2}} \quad (\epsilon_0 : \text{真空の誘電率}) \text{ となる。電位の勾配から点 } P(x, y, z) \text{ での電}$$

場 $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$ を求めなさい。

- (2) 次に点電荷 $-q$ を点 $B(0, -a, 0)$ にさらにおいたとき、 xy 平面内の電気力線を図示し、 xz 平面上の任意の点の電位を求めなさい。

- (3) 点 B の点電荷 $-q$ を取り除き (1) の状態に戻した後、接地された十分広い導体平面を xz 平面においた。このときの xy 平面内の電気力線を図示し、点 $R(a, 0, 0)$ での電位と電場をそれぞれ求めなさい。



専門 I (機械システム工学専攻)

数 学

I. 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えなさい。

- (1) 行列 A の固有値と、対応する固有ベクトルを求めなさい。
- (2) 適当な正則行列 P により、行列 $P^{-1}AP$ を対角行列にしなさい。

II. (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1} x}{x}$ を求めなさい。

(2) 関数 $y = \sin^{-1} x$ は、 $(1-x^2)y' = xy'$ を満たすことを示しなさい。

(3) $y = \sin^{-1} x$ は、次の漸化式を満たすことを示しなさい。

$$(1-x^2)y^{(n+2)} - (2n+1)xy^{(n+1)} - n^2y^{(n)} = 0 \quad (n=1,2,3,\dots)$$

III. 半径 a の球の体積を、多重積分を用いて求めなさい。ただし、 $a > 0$ とする。

物理

I. 次の間に答えなさい。

- (1) 「大きさがゼロでない2つのベクトルのベクトル積が0ならその2つのベクトルは直交している。」という命題は正しいか間違いか、理由を付けて答えなさい。
- (2) 「野球のボールの運動を議論するとき円筒座標を使うと便利である。」という命題は正しいか間違いか、理由を付けて答えなさい。
- (3) 「北半球で台風の風向きが左回りの渦となるのは遠心力による。」という命題は正しいか間違いか、理由を付けて答えなさい。
- (4) 力 $F = -kx$ を受けて質量 m の質点が行う振幅 C の単振動の力学的エネルギーを求めなさい。
- (5) 古典力学は、簡単に言うとなんというものと理解しているか、自分の言葉で書きなさい。

次の II, III, IV のうち1問を選択して答えなさい。(選択した問題番号を必ず記入のこと)

II. 面積 400 cm^2 の絶縁した2枚の金属板を、互いに並行に 1.0 cm 離して対置し、これに 1.0 kV の電位差を与えたとする。

- (1) 両金属板の間にできる電場の強さはいくらか。
- (2) 両金属板に現れる表面電荷密度はいくらか。
- (3) 両金属板間の電場に蓄えられるエネルギーはいくらか。

III. (1) ローレンツ力とはどういう力かベクトルの式を用いて詳しく説明しなさい。

- (2) 磁束密度が 1.0 T の磁場中に磁場に垂直に速さ $v = 3.0 \times 10^3 \text{ m/s}$ で電子を打ち込むとどういう運動をするか。電子の質量を $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 、電荷を $q = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ としなさい。

IV. (1) ドブロイ波長について説明しなさい。

- (2) 質量 $m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 、電荷 $q = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ の電子を、 50 kV の電位差で加速した場合のドブロイ波長を求めなさい。ただしプランク定数は $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ としなさい。

専門 I (物質化学専攻)

別紙解答用紙には必ず解答する問題名(数学、物理、化学基礎・グリーンケミストリー(2枚))を記入した上で解答しなさい。なお、化学基礎(I~III)とグリーンケミストリー(IV)は別々の解答用紙に解答しなさい。

数 学

I ベクトル $A=(2,1,1)$ と $B=(1,-1,2)$ について次の値を求めなさい。

(1) $2A+B$

(2) 絶対値 $|A|$

(3) スカラー積(内積) $A \cdot B$

(4) ベクトル積(外積) $A \times B$

(5) A と B のなす角 θ

II ルジャンドルの多項式は、 $P_0(x)=1$, $P_1(x)=x$, $P_2(x)=\frac{3x^2-1}{2}$, $P_3(x)=\frac{5x^3-3x}{2}$... と表される。これらに関する以下の積分値を求めなさい。

(1) $\int_{-1}^1 P_1(x)P_2(x)dx$

(2) $\int_{-1}^1 P_2(x)P_3(x)dx$

(3) $\int_{-1}^1 \{P_2(x)\}^2 dx$

(4) $\int_{-1}^1 \{aP_1(x)+bP_2(x)\}^2 dx$ (a, b は任意の実数)

物理

次の I および II の問題に答えなさい。

I 一様な磁束密度 B が存在する空間に、磁場に垂直な方向から速度 v 、質量 m 、電荷 q の荷電粒子が飛び込んできた。

- (1) 荷電粒子に働く力 F を求めなさい。
- (2) 荷電粒子の運動方程式を書きなさい。
- (3) この荷電粒子はどのような運動をするか説明しなさい。

II 量子力学的な一次元調和振動子について以下の間に答えなさい。

質量 m の粒子に対して $F = -kx$ の力が働いている。 k は力の定数であり、 x は変位である。

- (1) 振動子に働く力 $F(x)$ およびポテンシャルエネルギー $U(x)$ を縦軸に、変位 x を横軸にして図示しなさい。
- (2) 一次元の調和振動子のシュレディンガー方程式を書きなさい。
- (3) 一次元の調和振動子のエネルギー準位 E_n を表す式を書きなさい。
- (4) $n=1$ から $n=2$ の状態へ励起するのに必要なエネルギーを求めなさい。

化学基礎

I 25 °Cにおけるヨウ化銅 (I) の水に対するモル溶解度を計算しなさい。ただし、25 °Cにおけるヨウ化銅 (I) の溶解度積は $1.1 \times 10^{-12} (\text{mol dm}^{-3})^2$ である。

II イオン結晶は硬くてもろいが、金属結晶は展性・延性を示す。このような両者の機械的性質の違いを図を用いて説明しなさい。

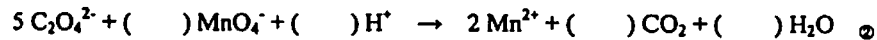
III 光路長 5.0 mm のセルを使って、 0.10 mol dm^{-3} の Cu^{2+} イオンの水溶液の波長 600 nm の光の透過率を測定したところ 0.30 であった。この波長での Cu^{2+} 水溶液のモル吸収係数と、この溶液の吸光度を計算しなさい。ただし、 $\log 3 = 0.48$ とする。

グリーンケミストリー

IV. 化学的酸素要求量は水の汚染度を示す指標であり、水質環境の調査項目の一つである。いま、ある河川水について以下の手順で分析を行った。以下の間に答えなさい。ただし、用いた過マンガン酸カリウム標準溶液およびシュウ酸ナトリウム標準溶液のファクターは、共に 1.0 であった。

試料水 100 mL を三角フラスコにとり、振り混ぜながら 20% 硝酸銀水溶液 5 mL, 硫酸(1+2) 10 mL をそれぞれ加えた。5 mmol/L 過マンガン酸カリウム標準溶液 10 mL を加え、ただちに沸騰水浴中で 30 分間加熱した。フラスコを沸騰水浴中から取り出し、12.5 mmol/L シュウ酸ナトリウム標準溶液 10 mL を加えてよく振り混ぜた。①そして、上と同じ過マンガン酸カリウム標準溶液で滴定を行ったところ、4.4 mL を要した。さらに、試料水の代わりに蒸留水 100 mL を用いて空試験を行ったところ、過マンガン酸カリウム標準溶液での滴定に 0.4 mL を要した。

この実験結果から試料水の化学的酸素要求量を以下のように求める。まず、シュウ酸ナトリウム水溶液と過マンガン酸カリウム水溶液の反応はつぎの式で表される。

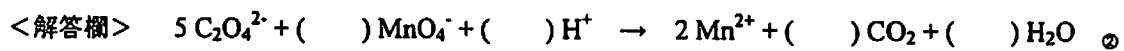


よって、12.5 mmol/L シュウ酸ナトリウム標準溶液 10 mL と過不足なく反応する 5 mmol/L 過マンガン酸カリウム標準溶液の量は 10 mL となる。空試験の結果をあわせて考えると、試料中の有機物を分解するのに消費された 5 mmol/L 過マンガン酸カリウム標準溶液の量は 4.0 mL となり、物質量で表すと 20 μmol となる。上式のように、過マンガン酸カリウムが酸性溶液中で酸化剤としてはたらくとき、マンガンの酸化数は + (A) から + (B) に変化し、過マンガン酸カリウム 1 mol は (C) 当量の酸化力をもつ。一方、酸素 (O₂) 1 mol は 4 当量の酸化力がある。よって、過マンガン酸カリウム 1 mol は酸素 (D) mol に相当する酸化力をもつ。この実験で 20 μmol の過マンガン酸カリウムが消費されたことから、これを酸素に換算すると (E) μmol となる。用いた試料水は 100 mL、酸素 1 mol は 32 g であるので、この試料水の化学的酸素要求量は (F) mg/L(O₂) と算出できる。

(1) 化学的酸素要求量は一般にアルファベット 3 文字を使ってどのように表されるか。

(2) 下線部①に示す操作の前後で、溶液の色はどのように変化するか。

(3) 下線部②の () 内に係数を入れ、反応式を完成させなさい。



(4) (A) ~ (F) 内に入る数値を書きなさい。

(A) _____ (B) _____ (C) _____ (D) _____
 (E) _____ (F) _____

(5) 化学的酸素要求量の値が大きいとときに予想される環境への影響について述べなさい。

専門 I (環境ソリューション工学専攻)

以下の大問 I~IV の中から 3 問を選択して、解答しなさい。なお、それぞれの大問は別々の解答用紙に解答し、解答用紙には解答した大問番号を明記すること。

I. 環境科学 (数学分野)

以下の問 1 ~ 問 4 に答えなさい。解答用紙には、途中の計算過程も残しなさい。

問 1 次の式の y を、 x について微分しなさい。

(1) $y = (x^2 + 3)^{10}$

(2) $y = x^x$

問 2 積分に関する以下の問いに答えなさい。

(1) 次の式を積分しなさい。

$$\int \log x dx$$

(2) 次の定積分の値を求めなさい。

$$\int_2^3 (3x^2 + 2x) dx$$

問 3 次の微分方程式を解きなさい。

$$\frac{dy}{dx} = -2y$$

ただし、 $x = 0$ のとき、 $y = 3$

問 4 次の行列の固有値を求めなさい。

(1) $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

II. 環境科学（物理分野）

以下の問 1, 問 2 の文章を読み, 文章中の①～⑩に当てはまる式もしくは数値を答えなさい。必要があれば g : 重力加速度[m/s²]を用いてよい。

問 1 今, 質量 M [kg]の球体が水平に置かれた平滑な板の上を速度 V_0 [m/s]でまっすぐ移動している。今, 図 1(b)のように, t 秒間だけ板を傾け, 再び, 板を水平状態に戻したところ, 球体の速度は V [m/s]に変化した。このときの V [m/s]を求めることを考える。ただし, 板の摩擦や空気抵抗は無視できるものとし, 球体の進行方向を正とする。

板を傾けたとき, 重力によって球体には進行方向に① [N]の力がかかるので, 球体が板を傾けた t 秒間に受ける力積は② [Ns]となる。また, この間の球体の運動量変化は③ [kg m/s]となる。運動量保存則より物体の運動量変化は物体が受けた力積に等しいので, $V=$ ④ [m/s]と求めることができる。

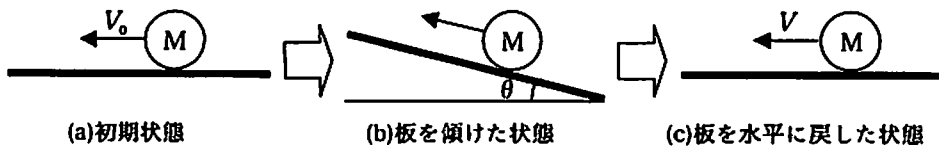


図 1. 球体の運動の様子

問 2 流水中に板を入れたとき, 板は流水から圧力を受ける。これは水分子が板に衝突することによって発生する。このとき, 板が流水から受ける圧力も運動量保存則を用いて計算することができる。今, 0.10[m/s]の流速で流れている流水がある。ここに幅 0.20[m], 高さ 0.10[m]の板を流水に対して垂直に入れる (図 2)。水 1ℓ中に水分子が 55[mol]含まれているとすると, 水の分子量は 18 なので, 1ℓの水の質量は⑤ [kg]であり, 1秒間に板に衝突する水分子の質量は⑥ [kg]となる。板に衝突した水分子が衝突後, 跳ね返らないと仮定し, 水分子の速度変化に着目して運動量保存則を適用すれば, 板が受ける圧力は⑦ [N]となる。もし板に衝突した水分子が完全弾性衝突する場合には, ⑧ [N]の力を受けることになる。実際に板が受ける力は⑦ [N]と⑧ [N]の中間の値になる。この板の上端を手で支えた場合, 支点と作用点がずれているため, 手にモーメントがかかる。板が流水から受ける圧力の集中作用点は板の上部から⑨ [m]の位置になると考えられるので, 板が流水から受ける圧力を F [N]とすると, 手にかかるモーメントは⑩ [Nm]となる。

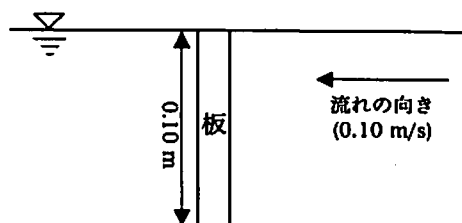


図 2. 板を流水に入れた状態

III. 環境科学 (化学分野)

以下の問1～問4に答えなさい。

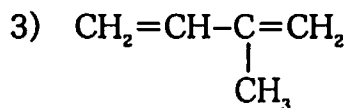
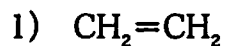
問1 アレニウスによる酸・塩基の定義、ブレンステッド-ローリイによる酸・塩基の定義、ルイスによる酸・塩基の定義について説明しなさい。

問2 炭素の電子配置を書きなさい。また、メタン分子の形状とメタンの炭素の電子状態について説明しなさい。

問3 次の単語を説明しなさい。

- 1) 脂肪族炭化水素
- 2) 芳香族炭化水素
- 3) アルカン
- 4) アルケン

問4 次の化合物について、IUPAC名および慣用名を書きなさい。



IV. 環境科学 (生物分野)

以下の問1, 問2に答えなさい。

問1 被子植物のある種類には、花茎を高く伸ばす高茎型と花茎を伸ばさず背丈の低い低茎型の2型がある。この形質は遺伝的に定まっておき、高茎型の純系と低茎型の純系を交雑すると、F1 はすべて高茎型であった。ある高山帯の集団においては、高茎型が91%、低茎型が9%存在した。この集団から低茎型をすべて除去し、残った高茎型の集団で自由交配を行い、次世代の集団をつくった。この集団について次の設問に答えなさい。ただし、これらの茎高の遺伝子をA, aとし、小数第2位まで求めなさい。

- (1) もとの集団におけるAとaの遺伝子頻度を求めなさい。
- (2) 低茎型を除いた集団におけるAとaの遺伝子頻度を求めなさい。
- (3) 残った高茎型の集団で自由交配を行って生じた次世代の集団における、高茎型の比率を求めなさい。

問2 生物の分類に関する次の問いに答えなさい。

- (1) 生物を1種取り上げ、その生物の分類学的な位置を、五界説に基づき7段階(界、門、綱、目、科、属、種)で記しなさい。
- (2) (1)で取り上げた生物の学名を記しなさい。ただし、命名者は省略して良い。
- (3) 現在の二命法による生物分類の基礎をつくった人物を答えなさい。
- (4) 二命法による生物名の記述は、どんな点が優れているために普及したと考えられるか。二命法以前の生物名記述法と比較して述べなさい。