試験日：2008年2月16日（土）

専門 II （数理情報学専攻）

※ 6題中3題を選択して解答しなさい．所定の解答用紙に問題番号と解答を書きなさい．解答用紙は1題につき1枚を使用しなさい．

I 複素数 z に対し，複素関数 $\sin z$ は

$$\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

で定義される．

(1) $z = x + iy$ （x, y は実数）とするとき，e^{iz} の実部と虚部を x, y で表しなさい．

(2) $z = x + iy$ （x, y は実数）とするとき，$\sin z$ の実部と虚部を x, y で表しなさい．

(3) $\sin z$ の零点，すなわち $\sin z = 0$ となる複素数 z をすべて求めなさい．

(4) 複素積分 $\displaystyle\int_{|z|=1} \frac{dz}{\sin z}$ の値を求めなさい．

II 曲線 $y = y(x)$ 上の点 $\mathrm{P}(a, y(a))$ ($y(a) > 0$) における法線と x 軸の交点を Q とする．

(1) Q の座標を，a, $y(a)$, $y'(a)$ で表しなさい．

(2) 線分 PQ の長さが P にかかわらず 2 となるとき，y を未知関数とする微分方程式を書きなさい．

(3) (2) の微分方程式を満たす曲線で，$(x, y) = (2, 2)$ を通るものを求めなさい．

III　xy 平面上を運動する質点の位置ベクトル $r(t) = (\ x(t)\ ,\ y(t)\ )$ が時刻 t の関数として

$$\begin{cases} x(t) = t\,(1 - t^2)\ , \\ \\ y(t) = 1 - t^2 \end{cases}$$

で与えられている．

(1) 速度ベクトルと加速度ベクトルを求めなさい．

(2) 加速度ベクトルの大きさが最小になる時刻とそのときの質点の位置を求めなさい．

(3) 速さが最小になる時刻とそのときの質点の位置を求めなさい．

(4) $x(t)$，$y(t)$ の増減を調べ，質点の軌跡を描きなさい．軌跡上に運動の向きも示しなさい．

IV

行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ を係数行列とする連立1次方程式

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} \tag{1}$$

を反復法

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = D^{-1}(D - A) \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} + D^{-1} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$$

で解きたい $(n = 0, 1, 2, \ldots)$．ただし，$D = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ である．また，$a \neq 0$ かつ $a \neq b$ とする．

(1) $n \to \infty$ で数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ が収束し，$\lim_{n\to\infty} x_n = \alpha$, $\lim_{n\to\infty} y_n = \beta$ であるとする．このとき，$x = \alpha$, $y = \beta$ は (1) の解であることを示しなさい．

(2) x_{n+1}, y_{n+1} を x_n, y_n, a, b, p, q で表しなさい．

(3) 任意の p, q に対して $n \to \infty$ で数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ が収束するための a, b の条件を求めなさい．

V 配列 a の先頭から順に，n 個の整数値が格納されているとき，次の手順に従うと，配列に格納された値を昇順に並べ替えることができる．

i を 2 から n まで，1 ずつ増やしながら，次の処理を繰り返す．

- 配列 a の i 番目の要素を，同じ配列の先頭 (1 番目) から $i-1$ 番目までの適当な位置に挿入して，配列の先頭から i 番目までが昇順になるようにする．

整数配列 a と非負の整数 n が引数として与えられたときに，このような手順で配列中の要素を昇順に並び替える関数 (あるはクラスメソッド) sort を，C または Java のいずれかのプログラミング言語を用いて書きなさい．

VI 次の拡張 BNF 記法によって定義される言語を考える．ただし“ ”で囲まれている記号は終端記号であり，⟨ ⟩ で囲まれている記号は非終端記号である．また，{ } は 0 回以上の繰り返しを，[ ] は 0 回または 1 回の出現を表すものとする．

$$\langle V\rangle \ ::= \ \text{“X”} \mid \text{“Y”} \mid \text{“Z”}\,.$$
$$\langle L\rangle \ ::= \ [\ \text{“}\neg\text{”}\ ]\ \langle V\rangle\,.$$
$$\langle C\rangle \ ::= \ \langle L\rangle\ \{\ \text{“}\wedge\text{”}\ \langle L\rangle\ \}\,.$$
$$\langle D\rangle \ ::= \ \langle C\rangle\ \{\ \text{“}\vee\text{”}\ \langle C\rangle\ \}\,.$$

(1) $\langle D\rangle$ からは導出できるが，$\langle C\rangle$ からは導出できないような終端記号列のうち，記号列の長さが最短ものをすべて挙げなさい．

(2) 終端記号の X，Y，Z を命題変数とし，¬ は否定を，∧ は論理積を，∨ は論理和を，それぞれ表す論理演算子とする．次の真理値表を持ち，$\langle C\rangle$ から導出可能な論理式 F を作りなさい．ただし，1 は真を，0 は偽を表すものとする．

X	Y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

(3) (2) と同様に，次の真理値表を持ち，$\langle D\rangle$ から導出可能な論理式 G を作りなさい．

X	Y	Z	G
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

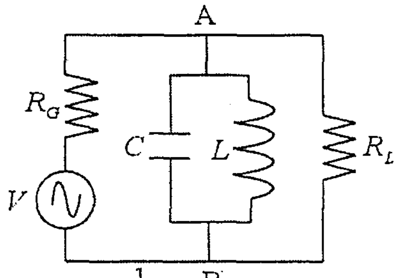
専門　Ⅱ（電子情報学専攻）

次の６問のうち４問を選んで解答しなさい。別紙の解答用紙は１問につき１枚ずつ使用し、必ず問題番号を記入しなさい（解答が白紙であっても、すべての用紙に受験番号、氏名、問題番号を記入すること）。

Ⅰ　（電気回路）

（１）図のような回路においてR_Lに流れる電流は複素表示を用いれば

$$I_L = \frac{V}{R_L R_G} \frac{1}{\frac{1}{R_G} + \frac{1}{R_L} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}}$$



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

と表されることを示しなさい。

（２）電流の絶対値をωの関数として図示しなさい。

(3) もし図のような並列LC回路ではなく同じLCを直列に接続した直列LC回路をAB間に接続するとR_Lを流れる電流は$\omega=\omega_0$でどうなるか説明しなさい。数式を用いず物理的考察から結論を出してもよい。

Ⅱ　（電子工学）

次の問に答えなさい。

1．Ⅳ族元素のシリコン結晶にⅢ族元素のガリウムを不純物添加する場合を考える。ガリウム元素が結晶の原子位置にあるシリコン元素の一部と置き換わったとする。このときのエネルギー帯構造を図示し、キャリアについて説明しなさい。

2．1で考えたような不純物添加された半導体のキャリア密度nをある領域で温度Tを変化させながら測定し、縦軸を$\log n$、横軸を$1/T$としてプロットすると直線になった。この領域を不純物領域とすると、直線の傾きは何を表すか答えなさい。

3．抵抗率ρとキャリア密度nの関係を示しなさい。また移動度の温度に対する変化が無視できるとき、2でプロットした温度領域の抵抗率の温度変化はどのようになるか図示しなさい。

Ⅲ　（通信工学）

インタネットにおいて、Web ページの閲覧は、Web サーバと Web ブラウザ間のページ・データ転送により可能となる。

データ転送においては、TCP/IP プロトコル階層の上から、 HTTP (HyperText Transfer Protocol)、TCP (Transmission Control Protocol)、IP (Internet Protocol)、とネットワークインタフェイス層のプロトコルが使用される。

このデータ転送における、

(1) HTTP の役割を説明しなさい。
(2) TCP の役割を説明しなさい。
(3) IP の役割を説明しなさい。
(4) HTML（HyperText Markup Language）を説明しなさい。

IV （情報工学）

C言語に関する下記の設問に答えなさい。

(1) 下記の $\boxed{1}$ ～ $\boxed{3}$ に当てはまる数字を答えなさい。

(I) `int a=10 ; int *ptr = &a ;` でポインタ変数 ptr を宣言したとき，その実体 *ptr の値は $\boxed{1}$ になる。

(II) `int array[2][3]={1,2,3,4,5,6 } ;` で２次元配列を宣言したとき，配列要素 array[1][1] の値は $\boxed{2}$ になる。

(III) `int i, sum ;` が宣言済みであるとする。反復処理 `for(i=sum=0; i<3; i++){ sum += i ; }` を完了した時点で， sum の値は $\boxed{3}$ である。

(2) 図の $\boxed{4}$ に単文を当てはめることにより，$\cos x$ の近似値をマクローリン展開

$$\cos x = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=0}^{n}(-1)^i\frac{x^{2i}}{(2i)!} = 1 + (-1)^1\frac{x^2}{2!} + (-1)^2\frac{x^4}{4!} + \cdots$$

によって求める関数 maccos の関数定義を作成しなさい。

```
double  maccos( double  x){
  int  i ;
  double  a=1.0,  t=1.0,  mxx=-x*x ;

  for(i=1;  t != 0.0;  i++){
   [          4          ]
   a += t ;
  }
  return( a ) ;
}
```

図

(3) 下記のコード：

```
#include <stdio.h>
main(int argc,  char *argv[ ]){
   int i ;
   printf("%d\n", argc) ;
   for(i=0; i<argc; i++){
      printf("%s\n", argv[i]) ;
   }
}
```

をソースプログラム prog.c として，その実行可能形式プログラム prog を生成した。コマンドライン `./prog  ryukoku  university` を実行したとき，画面に表示される内容を答えなさい。

V　（計算機工学）

論理回路について下記の問に答えなさい。なお、以下では論理ゲートは２入力１出力のものとし、原則として正論理で考えるものとする。

(1) NAND ゲートと NOR ゲートの論理式と論理記号を示しなさい。

(2) AND ゲートの論理は NOR ゲートだけで構成することができる。そのことを具体的な回路図を描いて示しなさい。

(3) ド・モルガンの定理について説明しなさい。

(4) ド・モルガンの定理を用いて NAND ゲートと NOR ゲートは相互変換できることを示しなさい。

(5) $f = AB + CD$ という論理式を NAND ゲートだけで構成し、具体的な回路図を描きなさい。

VI　（応用数学）

正則関数 $f(z) = z + 2z^2$ について

(1)　$f'(z)$ を求めなさい。

(2)　$f(z)$ の実部 $u(x, y)$ 、虚部 $v(x, y)$ を求めなさい。但し、z の実部と虚部をそれぞれ x 、y とする。

(3)　一般的に、$f(z)$ が正則であるとき成り立つ、コーシー・リーマンの微分方程式を証明しなさい。

(4)　実部 $u(x, y)$ 、虚部 $v(x, y)$ に対してコーシー・リーマンの微分方程式が成り立つことを示しなさい。

(5) 実部 $u(x, y)$ 、虚部 $v(x, y)$ がラプラスの偏微分方程式を満たすことを確かめなさい。

専門 Ⅱ （機械システム工学専攻）

「機械材料・強度学」「材料力学」「熱力学」「流体工学」「機械力学」「制御工学」の６分野から３分野を選んで解答しなさい.

機械材料・強度学

I. 機械構造用炭素鋼で作った丸棒の引張り試験に関して以下の問いに答えなさい. ただし公称応力をσ_n, 公称ひずみをε_n, 真応力をσ, 真ひずみをεとする.

(1) 引張り変形する丸棒の真応力σを公称応力と公称ひずみを使って表しなさい. ただし, 弾性変形とくびれは 考えないとする.

(2) 真応力と真ひずみの関係を式 ①で表したとき, くびれ発生時の真ひずみの大きさは加工硬化指数nとなることを導き出しなさい.　　　$\sigma = C\varepsilon^n$ ・・・・①

II. 機械・構造物の疲労破壊を防ぐために疲労限度を基準にした耐久限度設計が行われる. 日本機械学会が提案している鉄鋼材料の許容応力σ_{al}は式②で与えられる. また, 疲労強度関係の諸資料として, 図１～図３を使用して次の問に答えなさい.

$$\sigma_{al} = \frac{1}{f_m f_s}\frac{\zeta_1\zeta_2\sigma_{wb}}{\beta} \quad \cdots\cdots ②$$

ここで, σ_{wb}：材料の疲労限度, β：切欠き係数, $\beta \fallingdotseq \alpha$ （$\alpha \leqq 2\sim3$）, ζ_1：表面効果係数, ζ_2：寸法効果係数, f_m：材料のばらつきに対する安全率, f_s：使用応力に対する安全率である.

(1) 調質した炭素鋼で製作した応力集中係数4.0の回転軸の許容応力σ_{al}を求めなさい. ただし, 材料の引張り強さは900MPa, 切欠き底の表面粗さは40μm, 寸法効果係数は0.8, f_s= 1.0とする.

(2) 回転軸に曲げモーメント1000 N・m が作用している. この時回転軸が疲労破壊しない為の軸の直径を計算しなさい. ただし, $\sqrt[3]{1.08} = 1.0$ とする.

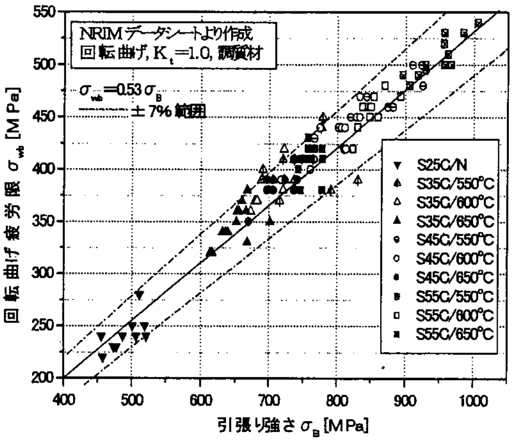


図１　引張り強さと回転曲げ疲労限度

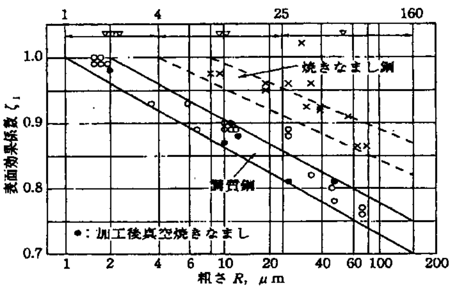


図２　表面粗さの影響係数（川田より）

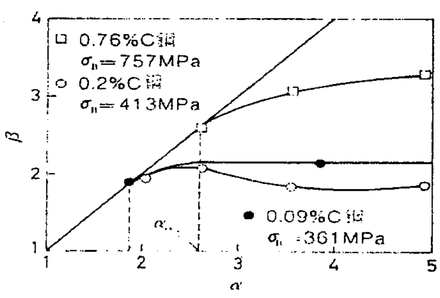


図３　応力集中係数と切欠き係数の関係
（日本材料学会「機械材料学」より）

材料力学

図 1 の矩形断面を有する棒を考え，その寸法を b=6mm、h=10mm とする．十分長いこの棒の両端の軸方向 x に引張り力 P=60kN を加えた場合について以下の問に答えなさい．ただし、本問では $\sqrt{3}$=1.7 と近似するものとし，各問では単位を明記のこと．

(1) 図 2(a)のように，棒の x 軸に垂直な断面 A に生じる応力 σ_x の値を求めなさい．

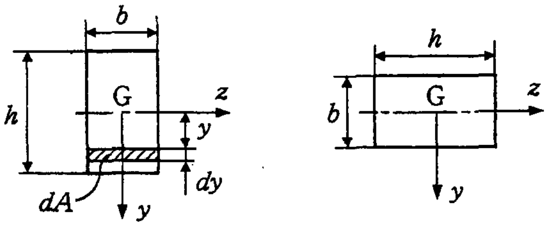
(2) 図 2(b)のように，断面 A から反時計方向に θ=60° 傾斜した断面 pq 上に生じる x 軸方向（荷重方向）の応力 σ_0 の値を求めなさい．

(3) 図 2(c)のように，断面 pq 上に生じる垂直応力 σ_n およびせん断応力 τ_n の値を求めなさい．ただし，σ_n および τ_n は図 2(c)に示す方向を正の方向とする．

(4) この棒の中立軸 z を図 1 の(a)および(b)のようにとるとき，z 軸まわりの断面係数 Z を(a)および(b)について求めなさい．

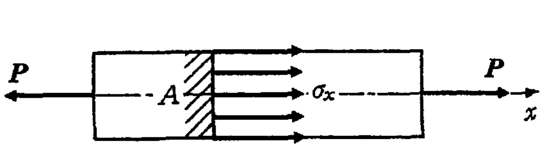
(5) この棒に一様な曲げモーメント M=36kN・mm が作用するとき，σ_x の最大値を図 1 の(a)および(b)の断面について求めなさい．ただし，M は図 2 の棒が下に凸となる方向を正の方向とする．

(6) 上記(5)の場合について，図 1（a）の断面に生じる垂直応力 σ_x の y 方向の分布図を描きなさい．

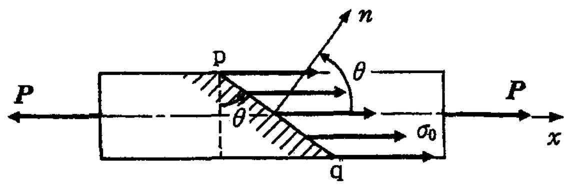


(a) 縦長の矩形断面　　(b) 横長の矩形断面

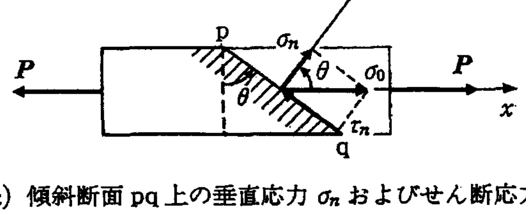
図 1　矩形断面



(a) 荷重方向に垂直な断面上の応力 σ_x



(b) 傾斜断面 pq 上の応力 σ_0



(c) 傾斜断面 pq 上の垂直応力 σ_n およびせん断応力 τ_n

図 2　引張り力を受ける棒

熱力学

I．　10 kg の空気を 20 ℃から 220 ℃まで加熱する場合を考える．ただし，空気の定容比熱を 0.718 kJ/(kg·K)、定圧比熱を 1.005 kJ/(kg·K) とする．

(1) 容積が一定の場合，加熱に必要な熱量q_vとエンタルピーの変化量Δhを求めなさい．

(2) 圧力が一定の場合，加熱に必要な熱量q_pと内部エネルギーの変化量Δuを求めなさい．

II．　空気を理想流体と考えると，定容比熱は$\frac{5}{2}R$である．27 ℃，1 atm の空気を断熱圧縮して，もとの体積の$\frac{1}{32}$にしたとき，空気の温度Tと圧力pを求めなさい．

III．　図１に示すようなディーゼルサイクルにおける単位質量あたりの加熱量q_1 [J]，放熱量q_2 [J]，理論熱効率ηを求めなさい．ただし，理論熱効率は，比熱比κ，圧縮比$\varepsilon\left(=\frac{v_1}{v_2}\right)$，締切比$\sigma\left(=\frac{v_3}{v_2}\right)$を用いて表すものとする．なお，状態１，２，３，４での容積をそれぞれv_1，v_2，v_3，v_4 [m³] とする．

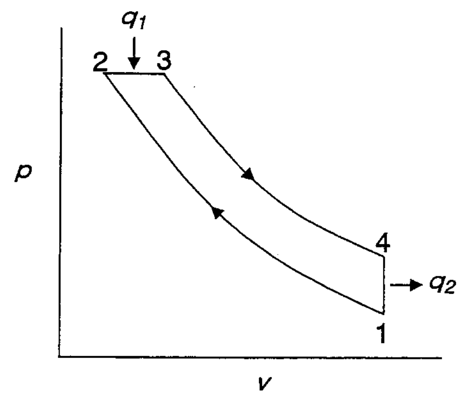


図１

流体工学

I．　図1のようなタンクにそれぞれの内径がd_1，d_2 [m]である径違いの管がタンクの水面からH [m]下に接続されており，水が大気に向かって流出している．その場合の出口における流速v [m/s]を求めることを考えるとき，以下の問に答えなさい．ただし，水の密度はρ [kg/m^3]，重力加速度はg [m/s^2]，タンクの水位は一定とする．

(1) 管路における損失がないとした場合の出口での流速v [m/s]を求めなさい．

(2) 入口損失，形状損失，管摩擦損失のすべての損失係数の合計がζである場合の出口での流速v [m/s]を求めなさい．

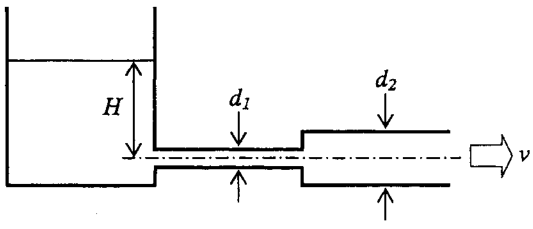


図1

II．　空気中をある物体が時速360 kmで移動しているとき，その物体の先端部(よどみ点)に作用する圧力は周囲に比べていくら上昇するのかを求めなさい．また，その点における絶対圧をhPaの単位で答えなさい．ただし，空気の密度は1.2 kg/m^3，大気圧は1013 hPaとする．

III．　次の各用語を簡潔に説明しなさい．

(1) ゲージ圧

(2) レイノルズ数

(3) 管摩擦係数

機械力学

図１に示すような，鉛直ばね振り子を考える．図１(a) は，ばね定数 k のばねが自然長での状態を示す．ここで，ばねの質量は無視する．図１(b) は，ばねに質量 m の“おもり”を取りつけたところ，重力により，ばねが鉛直下方に d だけ伸びて静止した“静的つりあい”状態を示す．図１(c) は，静的つりあい状態から，なんらかの初期かく乱により，おもりが，静的つりあい位置を中心にして運動している状態を示す．

以下の問に答えなさい．ここで，必要であれば，重力の加速度 $g = 9.80\ \mathrm{m/s^2}$ としなさい．数値計算の結果には，単位を明記しなさい．

(1) 図１(c) において，質量 m に作用するすべての力を，図で示しなさい（質量 m についての自由物体図を描く）．

(2) ニュートンの運動の第２法則から，このばね・質量系の運動方程式を導きなさい．

(3) 運動方程式の一般解を示しなさい．ここで，$k/m = \omega^2$ と置きなさい．

(4) おもりの質量 $m = 3.0$ kg，ばね定数 $k = 300.0$ N/cm である．この鉛直ばね振り子の円振動数 ω，周期 T，振動数 f を計算しなさい．

(5) おもりの質量 $m = 10.0$ kg を取りつけて，ばねを振動させて，その振動数を測定したところ，$f = 1.0$ Hz であった．ばね定数 k を計算で求めなさい．

(6) おもりの質量 $m = 1.5$ kg，ばね定数 $k = 14.8$ N/m である．初期条件が，初期変位 $x_0 = 3.0$ cm，初期速度 $v_0 = 0.0$ cm/s である場合について，振動の式を定めなさい．また，横軸に時間 t，縦軸に振幅 x をとり，振動の様相を５周期にわたって概要を描きなさい．

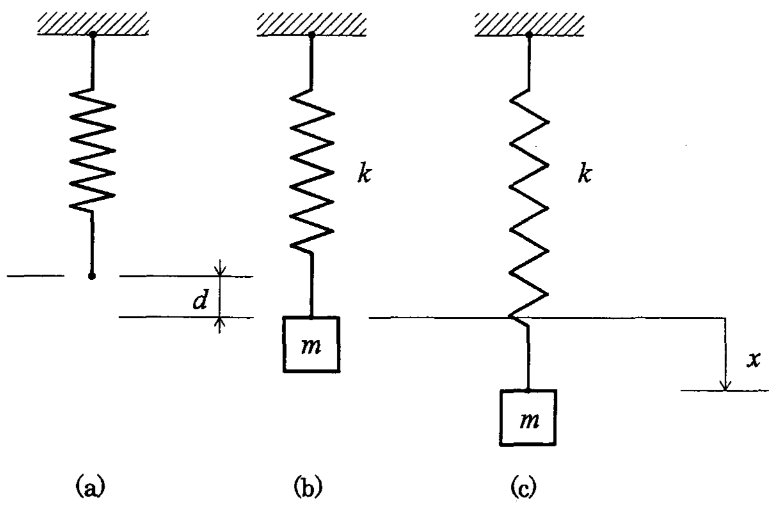


図１　鉛直ばね振り子

制御工学

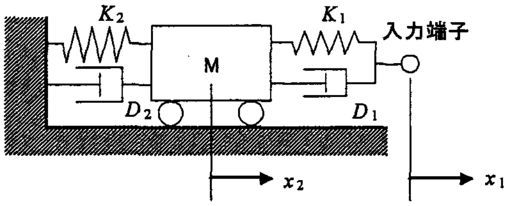


図 1

図１に示す機械系において，入力端子の初期位置からの変位をx_1[m]，質量M[kg]の物体の初期位置からの変位をx_2[m]，ばね定数をそれぞれK_1[N/m], K_2[N/m]とし，粘性抵抗係数をD_1[Ns/m], D_2[Ns/m]として以下の問に答えなさい．

(1) 物体には左右から変位に比例するばね力と速度に比例する粘性抵抗力がかかり，その力の差によって発生する加速度で慣性力が発生する．物体の運動方程式を立て、操作端子の変位を入力，物体の変位を出力とする伝達関数を求めなさい．ただし，摩擦や空気抵抗，重力などの指示のない物理量は考慮しないものとする．

(2) (1)において求めた伝達関数において，M=1kg，K_1=4N/m，K_2=2 N/m，D_1=1Ns/m，D_2= 4Ns/m とするとき，ステップ応答を求めなさい．

(3) (2)の定数の値を定めた伝達関数において，入力を$u(t) = A\sin\omega t$とするとき，その応答を求めなさい．

(4) (2)の定数の値を定めた伝達関数において，伝達関数のボード線図を折れ線で示しなさい．

参考：ラプラス変換

$$\mathrm{L}[u(t)] = \frac{1}{s},\quad \mathrm{L}\left[e^{-\alpha t}\right] = \frac{1}{s+\alpha},\quad \mathrm{L}[\sin\beta t] = \frac{\beta}{s^2+\beta^2}$$