

専門 I (数理情報学専攻)

※ 問題 I には必ず解答しなさい。さらに、問題 II, III, IV から 2 題を選択して解答しなさい。所定の解答用紙に問題番号と解答を書きなさい。解答用紙は 1 題につき 1 枚を使用しなさい。

I 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

を考える。

- (1) A の固有値を求めなさい。
- (2) \mathbf{R}^3 から \mathbf{R}^3 への写像を $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ とするとき、 f の核 $\text{Ker } f$ を求めなさい。
- (3) (2) の f の像 $\text{Im } f$ の基底を 1 組求めなさい。

II

- (1) 領域 $D_1 = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ における重積分

$$\int \int_{D_1} x^2 e^{-y} dx dy$$

の値を求めなさい。

- (2) 領域 $D_2 = \{(x, y) : 0 \leq x \leq \pi/2, x \leq y \leq \pi/2\}$ における重積分

$$\int \int_{D_2} x \sin y dx dy$$

の値を求めなさい。

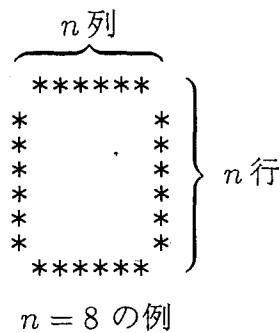
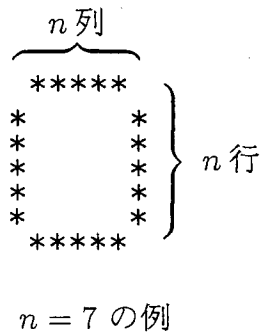
III 質量 $m = 3$ の物体の x 軸上の運動を考える。時刻 $t = 0$ で原点に静止している物体に力

$$F(t) = 2(1 - \cos t)$$

を $0 \leq t \leq 2\pi$ の間に加えた。

- (1) 時刻 $t = 2\pi$ でのこの物体の x 座標と速度 v を求めなさい。
- (2) $2\pi < t$ では物体に力は働かない。時刻 $t = 3\pi$ でのこの物体の x 座標と速度 v を求めなさい。

IV 3以上20以下の整数 n を入力すると、* やスペース、改行文字を適当に出力して、画面の左端から n 列 \times n 行の範囲に、次の2つの例のような模様を表示するプログラムを書きなさい。ただし、* とスペースは同じ幅で表示されるものとする。プログラミング言語としては、C または Java のいずれかを用いなさい。



専門 I	(電子情報学専攻)
------	-----------

〔数 学〕

次の問題すべてについて解答しなさい。別紙の解答用紙は1問につき1枚ずつ使用し、必ず問題番号を記入しなさい（解答が白紙であっても、すべての用紙に受験番号、氏名、問題番号を記入すること）。

I (数学)

極座標と2重積分に関して答えなさい。

- (1) 直角座標 (x, y) を用いて極座標 (ρ, ϕ) を定義しなさい。
- (2) 半径が $\rho, \rho + \Delta\rho$ の2つの同心円と角 $\phi, \phi + \Delta\phi$ の2つの半直線で囲まれる領域を図示してその面積 ΔA を求めなさい。
- (3) 次の2重積分を極座標に変換して求めなさい。

$$I = \iint_R e^{-(x^2+y^2)} dx dy \quad (R: 0 < x^2 + y^2 \leq a^2)$$

II (数学)

次の問題を解きなさい。

(1)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 14 \end{pmatrix}$$

のとき、

A の逆行列を求めなさい。

$Ax = b$ を x について解きなさい。

(2)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 7 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 15 \end{pmatrix}$$

のとき、

$Ax = b$ を x について解きなさい。

〔物 理〕

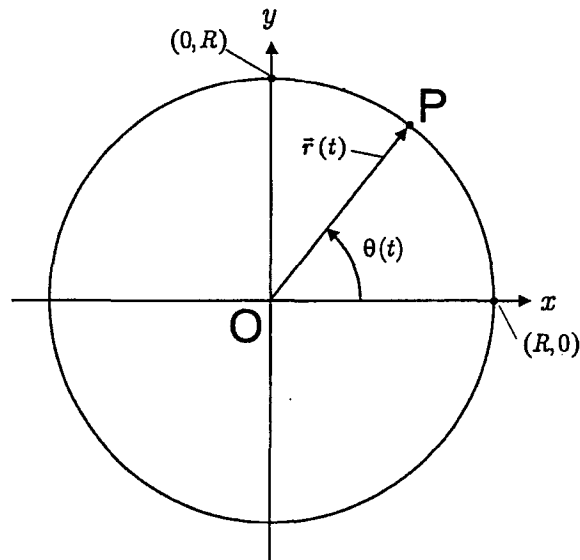
Ⅲ (物理)

図に示すように、 xy 平面上に原点 O を中心とする半径 $R(> 0)$ の円がある。その円周上を動く質点 P に関する下記の設定問に答えなさい。ただし、時刻 t における線分 OP と x 軸との間の角度を $\theta(t)[\text{rad}]$ とする。

- (1) 時刻 t における質点 P の位置ベクトル $\vec{r}(t)$ を xy 座標系で求めなさい。
- (2) 時刻 t における質点 P の速度 $\vec{v}(t)$ を求めなさい。
- (3) 位置ベクトル $\vec{r}(t)$ と速度 $\vec{v}(t)$ は常に直交することを示しなさい。
- (4) ω と α を定数として、 $\theta(t) = \omega t + \alpha$ のとき、下記に答えなさい。

(4-a) 時刻 t における質点 P の加速度 $\vec{a}(t)$ を求めなさい。

(4-b) 時刻 t において質点 P に働く力 $\vec{f}(t)$ と位置ベクトル $\vec{r}(t)$ の幾何学的な関係について述べなさい。

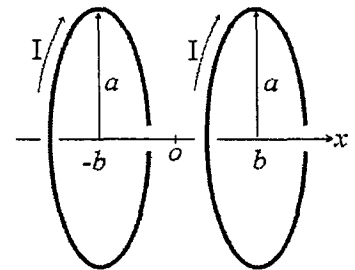


図

IV (物理)

(1) 図のようなまったく等しい2つの1巻きの円形コイルの中心を x 軸上にそろえて並べ、同じ大きさの電流 I を同じ方向に流した時、 x 軸上の磁界の強さ H は

$$H = \frac{a^2 I}{2} \left[\frac{1}{\{a^2 + (b+x)^2\}^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{\{a^2 + (b-x)^2\}^{\frac{3}{2}}} \right]$$



となることを証明しなさい。

(2) $a=10\text{cm}$, $b=10\text{cm}$, $I=500\text{mA}$ のとき $x=0$ において H はいくらになるか計算しなさい。

(3) $x=0$ の近くにおいて H をできるだけ一様にするためには a と b は

$$a = 2b$$

となればよいことを示しなさい。[ヒント： $(1+z)^a \cong 1 + az + \frac{a(a-1)}{2} z^2 + \dots$]

専門 I (機械システム工学専攻)

〔数 学〕

I. 重積分 $\iint_D x dx dy$ $D = \{y \leq x, y \leq -x + 2, y \geq 0\}$ を求めなさい.

II. 半球 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ について, 以下の問いに答えなさい.

(1) $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ を求めなさい.

(2) 全微分 dz を求めなさい.

(3) この半球上の点 (a, b, c) における接平面の方程式が $ax + by + cz = 1$ となることを示しなさい.

III. 3つの3次元実ベクトル, $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}$, $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{bmatrix}$ がある. これについて以下の問いに答えなさい.

(1) 外積 $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ を成分表示しなさい.

(2) 3行3列の行列 $\mathbf{A} = [\mathbf{a} \ \mathbf{b} \ \mathbf{c}]$ の行列式を $|\mathbf{A}|$ とすれば, $|\mathbf{A}| = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$ が成立することを示しなさい.

〔物 理〕

I. 次の問に答えなさい。

- (1) 「大きさがゼロでない2つのベクトルのスカラー積が0ならその2つのベクトルは平行である。」という命題は正しいか間違いか、理由を付けて答えなさい。
- (2) 「ニュートンの運動方程式はすべての座標系で成立する。」という命題は正しいか間違いか、理由を付けて答えなさい。
- (3) 「人間の体の重心が体の外に出ることがある。」という命題は正しいか間違いか、理由を付けて答えなさい。
- (4) 質点系の運動量および角運動量は、それぞれどういう場合に保存されるか、具体例をあげながら説明しなさい。
- (5) 速さ 270 km/h で走る質量 1000 kg のスポーツカーが曲率半径 200 m のカーブを曲がるときの接線加速度および法線加速度、回転に必要な向心力を求めなさい。

次の II, III, IV のうち 1 問を選択して答えなさい。(選択した問題番号を必ず記入のこと)

- II. (1) キルヒホッフの第一および第二法則について、図や式を用いて詳しく説明しなさい。
 (2) ある電池に 0.90Ω の抵抗をつなぐと 1.0 A の電流が流れ、 1.25Ω の抵抗をつなぐと 0.80 A の電流が流れた。この電池の起電力と内部抵抗を求めなさい。
- III. 太陽は半径 $6.4 \times 10^8 \text{ m}$ の球で、表面は $T = 5.8 \times 10^3 \text{ K}$ の黒体放射をしているとする。太陽から $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ 離れた地球の表面の、太陽の方向を向いた 1 m^2 の面が太陽から毎秒受ける放射のエネルギーはいくらか計算しなさい。温度 T の黒体の単位面積が単位時間に放射する全エネルギーは、 $E = \sigma T^4$ 、 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ J/m}^2\text{sK}^4$ と表される。
- IV. 原点 $(0, 0, 0)$ にある小磁極 q_m と、それに近い $(\delta, 0, 0)$ にある小磁極 $-q_m$ からなる磁気双極子が xy 平面内の位置 \vec{r} (直角座標で $(x, y, 0)$, 円筒座標で $(r, \theta, 0)$) に作る磁場の磁気ポテンシャル(磁位)を計算しなさい。このときクーロン力は万有引力と同じ形なので万有引力のポテンシャルを証明なしで利用してよい。また Δx が小さいとき、 $f(x + \Delta x) - f(x) = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x$ としてよい。

専門 I (物質化学専攻)

別紙解答用紙には必ず解答する問題名 {数学、物理、化学基礎・グリーンケミストリー (2枚)} を記入した上で解答しなさい。なお、化学基礎 {I~III} とグリーンケミストリー {IV~V} は別々の解答用紙に解答しなさい。

〔数 学〕

I 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ 、 $P = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 、 $M = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ について次の計算をしなさい。

(1) 行列式 $|P|$

(2) 行列式 $|M|$

(3) 逆行列 P^{-1}

(4) 行列積 $P^{-1}AP$

II 一次反応式は、反応系の物質Aの濃度を[A]とすると、次の微分方程式 $-d[A]/dt = k_1[A]$ で表わされる。初期条件として、 $t = 0$ のとき、 $[A] = [A_0]$ であるとして、この微分方程式を解きなさい。また、 $[A] = \frac{1}{2}[A_0]$ となる時間 $\tau_{1/2}$ (半減期) を求め、それが初期濃度 $[A_0]$ には依存しないことを示しなさい。

〔物理〕

次のⅠ、ⅡおよびⅢの問題に答えなさい。

Ⅰ 点電荷 Q [C] が原点に存在する。ただし、 Q は正の値、電荷から無限に離れた距離での電位をゼロとしなさい。

- (1) 点電荷のまわりの電気力線を定性的に図示しなさい。
- (2) 原点からの距離 r [m] の位置での電場 $E(r)$ と電位 $V(r)$ を求めなさい。
- (3) 原点からの距離 r [m] の位置に電子が存在する。電子の持つ位置エネルギー $U(r)$ を求めなさい。
- (4) 電子の持つ位置エネルギー $U(r)$ を、距離 r を横軸にして図示しなさい。

Ⅱ 波長が 1Å の X線の光子のエネルギー E と運動量 p を求めなさい。

必要なら次の値を用いなさい。プランク定数 $h = 6 \times 10^{-34}$ Js, 光の速度 $c = 3 \times 10^8$ m/s, 電子の質量 $m_e = 1 \times 10^{-30}$ kg, プロトンの電荷 $e = 2 \times 10^{-19}$ C, $\pi = 3$

Ⅲ 一次元の運動量演算子は $\hat{p} = -i\left(\frac{h}{2\pi}\right) \frac{d}{dx}$ で与えられる。一次元の運動エネルギー演算子 \hat{T} を求めなさい。

〔化学基礎・グリーンケミストリー〕

Ⅰ 次の事項について説明しなさい。

- (1) 誘起双極子-誘起双極子相互作用
- (2) van der Waals 半径
- (3) 水素結合

Ⅱ 水溶液中での H^+ と OH^- のイオン移動度は他のイオンのそれらと比較してはるかに大きい値である。なぜそのように大きいのか、その理由について説明しなさい。

Ⅲ 光路長 2mm のセルに 0.01mol dm^{-3} のベンゼンのヘキサン溶液を満し、ベンゼンの吸収波長である 256nm の光を照射したところ、透過光の強度は入射光の強度の 50% であった。この波長でのベンゼンの吸光度とモル吸収係数を求めなさい。ただし、この波長において用いた溶媒の吸収はないものとし、 $\log 2 = 0.3$ とする。

Ⅳ. 地球環境問題の一つにあげられるオゾン層の破壊について以下の間にそれぞれ $100 \sim 150$ 字程度で答えなさい。

- (1) オゾン層の破壊によって、生物にもたらされる影響について述べなさい。
- (2) フロン-11 (CFCl_3) やハロン-1211 (CF_2ClBr) など塩素や臭素を含む化合物はオゾン層を破壊することが知られているが、そのメカニズムについて説明しなさい。
- (3) 近年、フロン-11 (CFCl_3) やハロン-1211 (CF_2ClBr) などオゾン層の破壊に関わるガスの使用が規制され、フッ化炭化水素などの代替フロンが使用されるようになってきた。その結果、オゾン層の減少傾向は低下しつつある。なぜ、フッ化炭化水素はオゾンを分解しにくいのか説明しなさい。

Ⅴ. 以下の語句についてそれぞれ 100 字程度で説明しなさい。

- (1) PRTR 法
- (2) COD (化学的酸素要求量)
- (3) 光化学スモッグ

専門 I	(情報メディア学専攻)
------	-------------

〔数 学〕

I 以下の問いに答えなさい。

(1) 行列 $\begin{pmatrix} -9/4 & -\sqrt{3}/4 \\ -\sqrt{3}/4 & -11/4 \end{pmatrix}$ の固有値を求め、この行列を対角化する直交行列を求めよ。

(2) 2次元平面上の線形微分方程式

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\frac{9}{4}x - \frac{\sqrt{3}}{4}y \\ \frac{dy}{dt} &= -\frac{\sqrt{3}}{4}x - \frac{11}{4}y \end{aligned}$$

の解の軌道は、時間 t が增大するにつれ原点に近づくことを証明せよ。

II 以下の問いに答えなさい。

(1) 積分 $\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2} dx$ の値を求めなさい。(2) α, β を共に実数とする。2変数関数 $p(x, y) = e^{-(x-\alpha)^2 - (y-\beta)^2}$ に対して、

$\iint (x-\alpha)(y-\beta)p(x, y) dx dy = 0$ となることを証明しなさい。なお、積分の範囲は x, y 共に $-\infty$ から $+\infty$ とする。

〔情報メディア基礎〕

I 次のうち4個を選んで、それぞれ150字程度で説明しなさい。

- (1) AD変換, DA変換
- (2) フーリエ変換
- (3) 音像定位
- (4) 音のうなり
- (5) マイクとスピーカー
- (6) コンパイラ
- (7) リレーショナルデータベース

〔基礎情報学〕

I ある学科の男女合わせて80人の学生に対してA, B, Cの3科目の受講状況を調査した。科目Cを受講するためには科目Aまたは科目Bを受講していなければならない。科目Aを受講している学生が53人、科目Bは43人、科目Cは45人である。科目Aと科目Bをともに受講している学生が24人いた。男子学生45人のうち、科目Bを受講している学生は30人で、科目AとBをともに受講している学生は15人で、科目Aを受講している学生は科目Cも受講していた。また、女子学生の中で科目Aを受講している学生が28人、科目Cは12人で、科目BとCをともに受講している学生はいなかった。この調査結果から、ベン図(オイラー図ともいう)を使って、次の問いに答えなさい。

- (1) 科目AとCを受講し、科目Bを受講していない男子学生は何人か。
- (2) 科目Bを受講し、科目AとCを受講していない女子学生は何人か。
- (3) 科目A, B, Cのいずれも受講していない学生は何人か。

専門 I (環境ソリューション工学専攻)

以下の4つの分野(I~IV)の中から3分野を選択して、解答しなさい。なお、それぞれの分野は別々の解答用紙に解答し、解答用紙には解答した分野番号を明記すること。

I. 環境科学 (数学分野)

以下の問い(問1~3)に答えなさい。解答用紙には、途中の計算過程も残すこと。

問1 次の行列の固有値と固有ベクトルを求めなさい。

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

問2 $\frac{dy}{dx}$ を求めなさい。

$$(1) y = (x^3 + 5x + 1)^2$$

$$(2) y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$$

$$(3) xy + 4x - 2y^3 = 5$$

問3 次の微分方程式を解きなさい。ただし、 $y > 0$ であり、 $x = 0$ のとき $y = 0.5$ が成り立っているとする。

$$\frac{dy}{dx} = y(1-y)$$

II. 環境科学 (物理分野)

以下の文章を読み、問い (問1～2) に答えなさい。ただし、**斜字体 (イタリック)** はベクトルを表すものとする。

電車が加速しているとき、乗客は、実際には力を受けていないにもかかわらず、加速の向きと逆向きに力を受けるように感じる。これを慣性力という。電車の外で静止している人が電車の乗客の運動を観察した場合、慣性力は観測されず、乗客はニュートンの運動法則に従って運動しているように見える。このようにニュートンの運動法則に従っているある座標系に対して運動している座標系では見かけの力がはたらくことがある。このことについて考えてみよう。

ニュートンの運動法則が成り立っているある座標系 S (原点 O) と座標系 S に対して運動している座標系 S' (原点 O') を考える (図参照)。座標系 S' が座標系 S に対して回転していないとき、空間内の任意の点は座標系 S では位置ベクトル r 、座標系 S' では位置ベクトル r' と表すことができ、 r は、座標系 S から見た座標系 S' の原点 O' の位置ベクトル r_0 および r' を用いて

$$r = \text{①} \cdot \dots \dots \text{(式 1)}$$

と書ける。

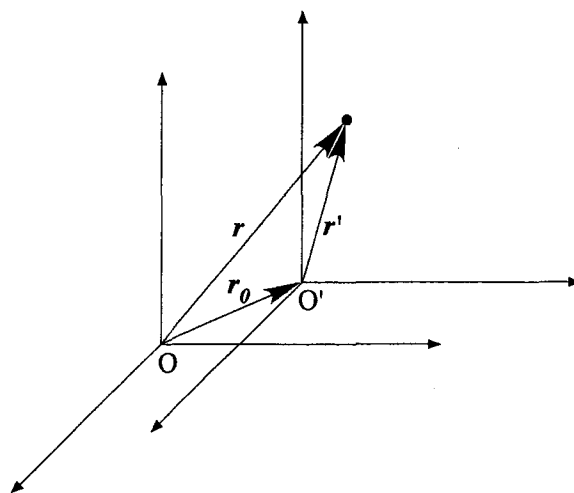


図. 座標系 S , S' と任意の点の位置ベクトル

加速度は位置ベクトルを時間 t で **②** 回微分したものだから、座標系 S に対する加速

次ページへ続く

度は、位置ベクトル r を用いて $\boxed{\text{③}}$ と表される。よって、質量 m を持つ質点の座標系 S に対する運動方程式は

$$\boxed{\text{④}} = F \quad (F \text{ は力}) \cdots \cdots \text{(式 2)}$$

と書ける。同様に、質量 m を持つ質点の座標系 S' に対する運動方程式は r' を用いて

$$\boxed{\text{⑤}} = F' \quad (F' \text{ は力}) \cdots \cdots \text{(式 3)}$$

と書ける。ここで (式 1) を時間 t で $\boxed{\text{②}}$ 回微分すると $\boxed{\text{③}} = \boxed{\text{⑥}}$ となるので、これを (式 2) に代入し、整理すると

$$\boxed{\text{⑤}} = \boxed{\text{⑦}} \cdots \cdots \text{(式 4)}$$

となる。(式 4) を (式 3) と比較すれば、 $F' = \boxed{\text{⑦}}$ となる。よって、座標系 S' において質点に作用する力 F' は、見かけ上、 F よりも $\boxed{\text{⑧}}$ だけ大きくなっていることがわかる。これが慣性力の正体である。

問1 $\boxed{\text{①} \sim \text{⑧}}$ に当てはまる適切な数字、式を答えなさい。

問2 座標系 S' の座標系 S に対する速度 v が時間 t の関数として以下のように与えられるとき、質量 m [kg] の質点にはたらく慣性力の大きさを求めなさい。

(1) $v = (3, 0, 0)$ [m/s]

(2) $v = (0, -2t, 0)$ [m/s]

III. 環境科学 (化学分野)

以下の問い (問1～3) に答えなさい。ただし、原子量は、H: 1.00, C: 12.0, N: 14.0, O: 16.0, Na: 23.0, S: 32.0 として計算しなさい。また、問いにおいて使用されている L はリットルを表している。

問1 σ 結合および π 結合について、図を用いて説明しなさい。

問2 空気は酸素と窒素の体積比 1 : 4 の混合物であるとする。20°C, 1 atm において、1 cm³ の水に、酸素は 0.033 cm³ 溶け、窒素は 0.016 cm³ 溶ける。20°C, 1 atm において、空気と接している水 1 L に溶ける酸素と窒素のモル数および質量を求めなさい。ただし、気体定数 $R=0.082 \text{ L}\cdot\text{atm}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ とする。

問3 試水中のアンモニア態窒素を測定したい。試水を蒸留し、希硫酸でアンモニアを吸収して、残っている硫酸を水酸化ナトリウム溶液で中和滴定する。1.00×10⁻² mol/L の希硫酸と 2.00×10⁻² mol/L の水酸化ナトリウム溶液を用いることとした。試水 100 mL にリン酸二水素カリウム 0.358 g, リン酸水素二カリウム 1.72 g および沸騰石を加えて蒸留し、20.00 mL の 1.00×10⁻² mol/L の希硫酸にアンモニアを吸収させた。この希硫酸に指示薬を加え、2.00×10⁻² mol/L の水酸化ナトリウム溶液で中和滴定を行ったところ、12.00 mL 必要であった。

- (1) 1.00×10⁻² mol/L の希硫酸 1 L 中には硫酸は何 g 含まれているか。
- (2) 2.00×10⁻² mol/L の水酸化ナトリウム溶液 1 L 中には水酸化ナトリウムは何 g 含まれているか。
- (3) 試水のアンモニウムイオン濃度を g/L で求めなさい。これはアンモニア態窒素濃度で表すと何 g/L となるか答えなさい。

IV. 環境科学 (生物分野)

以下の問い (問1～2) に答えなさい。

問1 次に示す用語を解説しなさい。

- | | |
|---------------|------------|
| (1) シュート | (2) グラム染色法 |
| (3) キーストーン捕食者 | (4) 細胞性免疫 |
| (5) エンドサイトーシス | (6) ニッチ |

問2 ABO式血液型の遺伝に関する次の問いに答えなさい。

- (1) 私の血液型がA型であるとき、私の両親の血液型は何型と考えられるか。両親の血液型の組み合わせとしてあり得る組み合わせを、全て答えなさい。
- (2) 私の夫はAB型だが、夫の妹はO型である。この時、夫の両親の血液型の組み合わせとしてあり得る組み合わせを、遺伝子型で答えなさい。
- (3) A型の私とAB型の夫との間に生まれて来る子供の血液型として、あり得ない血液型を全て答えなさい。
- (4) ある地域の住民の血液型を調べたところ、A型が45%、B型が13%、AB型が6%、O型が36%であった。この集団について、A、B、Oの各遺伝子頻度を求めなさい。