

専門 I (数理情報学専攻)

※ 問題 I には必ず解答しなさい。さらに、問題 II, III, IV から 2 題を選択して解答しなさい。所定の解答用紙に問題番号と解答を書きなさい。解答用紙は 1 題につき 1 枚を使用しなさい。

I ベクトル

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

を考え、 V を原点を通り e_1 と e_2 が生成する平面とする。

(1) e_1 と e_2 に直交するベクトルを 1 つ求めなさい。

(2) e_3 が V に含まれないことを示しなさい。

(3) 点 $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ から平面 V に下ろした垂線の足を点 P とする。点 P の座標を求めなさい。

II 領域

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{3}}x \right\}$$

を考える。

(1) D を極座標 (r, θ) を用いて表しなさい。

(2) 重積分 $\iint_D x \, dx dy$ の値を求めなさい。

III xy 平面上を運動する質量 m の質点の位置が時刻 t の関数として

$$\mathbf{r}(t) = (e^{-t} \cos(e^{2t}), e^{-t} \sin(e^{2t}), 0)$$

と与えられている。

- (1) 速度ベクトル $\mathbf{v}(t)$ を求めなさい。
- (2) 質点の速さが最小になるときの t の値を求めなさい。
- (3) 質点の原点に関する角運動量 $m\mathbf{r}(t) \times \mathbf{v}(t)$ が時間に依らず一定であることを示しなさい。

IV 以下の間に答えなさい。

- (1) 正の整数 y に対する次のような手続きを考える。

(1-1) y を 10 で割った余りを出力する。

(1-2) y を 10 で割った商 (小数点以下は切り捨てとする) を y とする。

(1-3) y が 0 より大きければ (1-1) へ戻る。さもなければ終了する。

y を 567 としてこの手続きを実行したときに出力される値を、出力される順に書きなさい。

- (2) 正の整数 n を入力すると、1 以上 n 以下の整数の中に「3 の倍数であるか、または、いずれかの位の数が 3 である」ものがいくつあるか数えて出力するプログラムを、C または Java のいずれかのプログラミング言語を用いて書きなさい。

専門 I	(電子情報学専攻)
------	-----------

次の問題すべてについて解答しなさい。別紙の解答用紙は1問につき1枚ずつ使用し、必ず問題番号を記入しなさい(解答が白紙であっても、すべての用紙に受験番号、氏名、問題番号を記入すること)。

I (数学)

a, b, c を実数の定数とする。次の問に答えなさい。

(1) 微分方程式

$$\frac{d}{dt}u(t) + au(t) = b \cos t$$

は、両辺に e^{at} をかけると、

$$\frac{d}{dt}v(t) = b e^{at} \cos t$$

と変形できる。 $v(t)$ を $u(t)$ を用いて表しなさい。

(2) T を任意の実数とする。微分方程式

$$\frac{d}{dt}v(t) = b e^{at} \cos t$$

の両辺を t に関して 0 から T まで積分することにより $v(T)$ を求めなさい。ただし、

$$v(0) = c$$

とする。

(3) 微分方程式

$$\frac{d}{dt}u(t) + au(t) = b \cos t$$

を、初期条件

$$u(0) = c$$

のもとで解きなさい。

II (数学)

次の問題を解きなさい

$$(1) A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_n \end{pmatrix} \quad (a_1 \neq 0, a_2 \neq 0, \dots, a_n \neq 0)$$

のとき、 A, B の逆行列を求めなさい。

$$(2) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 6 & -1 \\ -8 & -5 \end{pmatrix} \text{ のとき、} AX = B \text{ を } X \text{ について解きなさい。}$$

III (物理)

ガリレオがピサの斜塔で実験したという逸話がある、物体の重力による落下実験における空気抵抗の影響について、下の間に順に答えることにより考察しよう。塔の高さを $h = 44.1\text{ m}$ とし、軽い球状物体の材質として密度が $0.49\text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ である栓(ひのき)を用いる。球状物体の質量を m とし、塔の上から地表に向けて距離 $x(t)$ を測り、その方向の物体の速度を $v(t)$ とする。初速度はゼロとする。空気抵抗 $-\eta v$ の係数の大きさを $\eta = 6.86 \times 10^{-5}\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}$ とし、重力加速度は $g = 9.8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ とする。

必要ならば、 $e^a = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$ を用いなさい。

- (1) まず最初に、重力だけが球状物体に働いている自由落下の場合には、軽くても重くても同時に着地することを、ニュートンの運動方程式から導きなさい。その際に、後の考察のために、落下距離 $x_1(t)$ 、地表に落下したときの速度 $v_1(t_1)$ と所要時間 t_1 の式を求めなさい。また、この実験における t_1 の値は具体的に何秒か？
- (2) 浮力の影響は無視できる程小さいとして、ここでは、空気抵抗 $-\eta v$ の影響を吟味しよう。これは、空気中を動く物体に、その速度に比例して働く力である。この力を加えたニュートンの運動方程式を解き、 $x(t)$ を求めなさい。
- (3) 問(2)で求めた落下距離と時間の関係 $x(t)$ は、問(1)の場合のそれと一見大きく異なるが、 $\eta t/m$ が小さいことを用いて指数関数を級数展開し、時間 t の昇べきの順に列べると、その第1項は問(1)の場合の落下距離 $x_1(t)$ に等しいことを導きなさい。
- (4) さて、自由落下(問(1)の場合)における落下時刻 t_1 において、空気抵抗を受けて落下している球状物体の位置は地表のわずか手前である。その地表までの距離を表す近似式を、問(3)で求めた $x(t)$ の級数展開の第2項とする。その距離を自由落下の場合の地表衝突速度 $v_1(t_1)$ で栓の球が落ちると仮定して、その所要時間の式を求めなさい。さらに、具体的に何秒になるか？ 2桁精度で概算しなさい。

IV (物理)

次の問いに答えなさい。

- (1) 半径 a の球の内部に電気量 Q が一様に分布している。このときの球内外の電場 \vec{E} を球の中心からの距離を r として求めなさい。また電場 \vec{E} の大きさ E を球の中心からの距離 r に対して図示しなさい。
- (2) 次に半径 b の導体球に電気量 Q を与えた。このときの導体球内外の電場 \vec{E} 、電位 V を球の中心からの距離を r として求めなさい。
- (3) (1) で考えた電気量 Q が一様に内部に分布している半径 a の球を半径 c ($c > a$) の導体同心球殻で覆う。導体同心球殻を接地している場合と接地していない場合を考える。それぞれの場合について、中心からの距離を r として導体同心球殻外 ($r > c$) の電場 \vec{E} を求めなさい。

専門 I (機械システム工学専攻)

数学

I. 極方程式 $r = 1 + \sin \theta$ で表される図形について以下の問いに答えなさい。

- (1) 増減表を作成し、この図形の概形を描きなさい。
- (2) この図形によって囲まれた部分の面積を求めなさい。

II. (1) $x = x(t)$, $y = y(t)$ は2回微分可能であって、 $\frac{dx}{dt} \neq 0$ であるとする。このとき、

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\left(\frac{dx}{dt}\right)\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) - \left(\frac{dy}{dt}\right)\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)}{\left(\frac{dx}{dt}\right)^3}$$

であることを示しなさい。

(2) 上の結果を使って、 $x = \cos t$, $y = \sin t$ のときの $\frac{d^2y}{dx^2}$ を求めなさい。ただし、 $0 < t < \pi$ とする。

III. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ を、余因子展開を用いて求めなさい。

物理

I. 次の問いに答えなさい。

- (1) 「大きさがゼロでない2つのベクトルのスカラー積が0ならその2つのベクトルは平行である。」という命題は正しいか間違いか、理由を付けて答えなさい。
- (2) 「振り子の振動の周期はその重りの質量に依存する。」という命題は正しいか間違いか、理由を付けて答えなさい。
- (3) 「固定軸回りで剛体が回転するとき、その運動の自由度は2である。」という命題は正しいか間違いか、理由を付けて答えなさい。
- (4) 「熱電対を作るには少なくとも2種類以上の金属材料が必要である。」という命題は正しいか間違いか、理由を付けて答えなさい。
- (5) 力 $F = -kx$ を受けて質量 m の質点が行う振幅 C の単振動の位置 x における位置エネルギーおよび運動エネルギーとその和を求めなさい。

次のII, III, IVのうち1問を選択して答えなさい。(選択した問題番号を必ず記入のこと)

II. サーキットテスターを直流電圧測定用にして、測定用リード線2端子間を外から見ると、概ね1つの抵抗 R に等価と見ることができる。この抵抗 R の値が小さいあるいは大きい方が性能のよいテスターと考えられるか、詳しく述べなさい。

III. 次の問いに答えなさい。

- (1) ブラッグの反射条件について詳しく説明しなさい。
- (2) 波長が 0.133 nm のX線を結晶にあてたところ、進行方向からちょうど 60° の方向にX線が強く回折された。これが1次のブラッグ反射によるものとする、原子配列面の間隔はいくらか。

IV. 古典物理学では説明できない実験または現象を1つあげ、どういう点が説明できないか、どう考えると説明できるかについて式を用いて詳しく説明しなさい。

専門 I	(物質化学専攻)
------	----------

別紙解答用紙には必ず解答する問題名 {数学、物理、化学基礎・グリーンケミストリー (2枚)} を記入した上で解答しなさい。なお、化学基礎 {I~III} とグリーンケミストリー {IV~V} は別々の解答用紙に解答しなさい。

数 学

I (1)
$$\begin{aligned} f(t) &= e^{-at} & (t \geq 0), \\ &= 0 & (t < 0) \end{aligned}$$
 のフーリエ変換 $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$ を求めなさい

(ただし $a > 0$ とする)。

(2) 上記の結果から、実数部分がフーリエ余弦変換、虚数部分がフーリエ正弦変換となる。上記の結果の実数部分と虚数部分を分けることによって、それぞれの変換を求めなさい。

II 次の行列について、固有値と固有ベクトルを求めなさい。

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

なお、固有方程式は $|A - \lambda E| = 0$ である。ただし、 E は単位行列を表す。

物理

次のⅠ、ⅡおよびⅢの問題に答えなさい。

Ⅰ ボーアの原子模型について、次の()の中に適当な語句や式を入れなさい。

原子核と電子の間には静電引力が働いている。電子が原子核に落ち込まないためには、電子は原子核の周りを回転して、電子に遠心力が働いていなければならない。水素原子では、 $-e$ の電荷の電子(質量 m)が $+e$ の電荷を持つ原子核から距離 a の位置を速度 v で等速円運動(半径 $= a$)していると考えられる。この場合、電子に働く静電引力 $=$ (1) と遠心力 $=$ (2) は釣り合っている。ここで、 ϵ_0 は真空の誘電率である。ところで、この静電引力 $=$ 遠心力の運動方程式に運動量 $p = n h / (2\pi a)$ (n は整数)の量子化条件を導入すると、円運動の半径も $a =$ (3) のように量子化される。また、この電子の全エネルギー E は、運動エネルギー $K =$ (4) とポテンシャルエネルギー $U =$ (5) の和で表される。これに、静電引力 $=$ 遠心力の運動方程式を代入すると、全エネルギー $E =$ (6) になる。これに、量子化された円運動の半径 $a =$ (3) を導入すると、電子のエネルギーは量子化されて、 $E_n =$ (7) になる。

Ⅱ コイルとコンデンサの直流回路と交流回路の動作の違いについて説明しなさい。

Ⅲ 次の語句を説明しなさい。

- ① 調和振動子
- ② 仕事関数

[化学基礎・グリーンケミストリー]

Ⅰ 金属、半導体、絶縁体のバンド構造を図示し、その電気伝導性について説明しなさい。

Ⅱ 塩化ナトリウム型結晶構造をとる塩化ナトリウム結晶中の最も近接した Na^+ と Cl^- の距離は293 Kの時0.28 nmである。塩化ナトリウム結晶の密度を計算しなさい。ただし、NaおよびClの原子量はそれぞれ23.0および35.5であるとする。

Ⅲ 298 Kにおけるフッ化バリウム(BaF_2)の水に対するモル溶解度を求めなさい。ただし、フッ化バリウム(BaF_2)の水に対する溶解度積は298 Kにおいて 1.7×10^{-6} である。答えは立方根を含む形のままでよい。

IV. これからの化学において、「バイオミメティックケミストリー（生体模倣化学）」が注目されている。以下の（1）および（2）についてそれぞれ200字程度で述べなさい。

- （1）「バイオミメティックケミストリー（生体模倣化学）」とはどのような概念か。
- （2）これらの概念が注目されている理由は何か。

V. つぎの（1）～（6）は、以下の□内に記した略語について説明した文である。それぞれの文にあてはまる最もふさわしい略語を□内から選びなさい。

- （1）化学的酸素要求量といい、水中に含まれる被酸化性物質の量を表すもので、水質汚濁の指標の一つである。
- （2）フロン類の一種で、オゾン層の破壊と関連が深い化合物群である。
- （3）半数致死量といい、毒物の毒性を表す指標である。その用量で投与した動物の半数が死亡することを意味する。
- （4）10億分の1を意味し、微量成分の濃度を示すときによく用いられる。
- （5）化学物質が、どこから、どのくらい環境中に排出されているか、あるいは廃棄物や生成物として移動しているかを把握し、その情報を届け出る制度のこと。
- （6）塩素系有機化合物の一つであり、高い電気絶縁性や熱安定性をもつことから、変圧器やコンデンサの絶縁油として用いられていた。しかし、毒性が強く、体内にも蓄積しやすいことから現在では生産・使用が禁止されている。

BOD	CFCs	COD	IPCC	LD ₅₀	NO _x	PCB	ppm	ppb	PRTR	VOCs	WHO
-----	------	-----	------	------------------	-----------------	-----	-----	-----	------	------	-----

専門 I	(情報メディア学専攻)
------	-------------

〔情報メディア基礎〕

I 次のうち4個を選んで、それぞれ150字程度で説明しなさい。

- (1) アナログとデジタル
- (2) 標本化定理
- (3) フーリエ変換
- (4) TCP/IP
- (5) 画像圧縮技術
- (6) リレーショナルデータベース
- (7) コンパイラ

〔数 学〕

I 次の微分方程式を解きなさい ($y = f(x)$ の形で y を表しなさい)。

- $\frac{dy}{dx} = y$
- $\frac{dy}{dx} = x$
- $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$
- $\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} + 6y = 0$

II 次の極限を求めなさい。

- $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \sin^2 t \, dt$
- $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \sin t \cos t \, dt$

〔基礎情報学〕

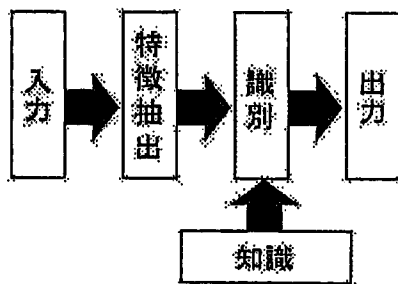
I 以下の問題を読み、(1)~(3)の問題に答えなさい。

人間の感覚器官、あるいはセンサーによって受け取ったものは「データ」である。このデータが何であるのかを決定するのは「2」とよばれる機能である。人間の場合、感覚器官でデータを受け取った瞬間に「2」の機能が働く。一方、コンピュータでは、

- センサーによるデータ入力
- 「2」の機能

は完全に区別することができる。例えば、図はコンピュータが文字を「2」する過程を示している。

- (1) データを体系的に集めたものはなにか
- (2) 「2」に当てはまることはなにか
- (3) 図について、以下の(a)~(c)に答えなさい。
 - (a) 図の「特徴抽出」とは、この場合(文字を「2」する場合)、どんな処理か簡潔に述べなさい。
 - (b) 図の「知識」とはこの場合(文字を「2」する場合)どのような知識となるのか、簡潔に述べなさい。
 - (c) 図の「識別」では、「特徴抽出」の結果と「知識」を利用してどのような処理を行っているか、この場合(文字を「2」する場合)について簡潔に述べなさい。



専門 I (環境ソリューション工学専攻)

以下の大問 I ~IVの中から3問を選択して、解答しなさい。なお、それぞれの大問は別々の解答用紙に解答し、解答用紙には解答した大問番号を明記すること。

I 環境科学 (数学)

次のデータは、奈良県内のある地域でミヤコザサを 49 本選び稈高[cm]を測定したもので、平均値は 41.92cm、標準偏差は 8.91cm である。このとき、以下の問い (問1~3) に答えなさい。

23.9	34.6	37.0	39.9	43.1	48.6	52.8
23.9	34.6	37.0	40.7	45.0	48.6	53.3
25.6	35.0	38.1	40.7	46.0	49.3	53.6
27.0	35.3	38.3	40.7	46.2	49.9	53.6
27.0	36.7	38.5	40.8	46.2	50.3	56.3
31.3	37.0	38.5	40.8	48.5	50.7	56.3
33.4	37.0	39.5	43.1	48.5	50.7	60.7

問1 度数分布表を作成し、ヒストグラムを描きなさい。

問2 平均値と標準偏差は、それぞれデータ分布の代表値と散布度を示す数値の例である。これ以外の代表値と散布度の例をそれぞれ2つずつあげ、簡単に説明しなさい。

問3 近畿地方のミヤコザサの稈高が、平均 50.32 cm、標準偏差 10.44 cm であるとす。このとき、この地域のミヤコザサの高さの平均値が近畿地方のミヤコザサの平均値とは統計的に異なるかどうかを、Z 検定を用いて危険率 5% で検証しなさい。ただし、検定に必要な数式や数表は、下記の中から必要なものを選び利用しなさい。なお、解答にあたっては仮説、対立仮説を明記し、計算過程も残すこと。

$$Z = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}, Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}, Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}, Z = \frac{s - \sigma}{\frac{\bar{X}}{\sqrt{n}}}, Z = \frac{s - \sigma}{\frac{\mu}{\sqrt{n}}}, Z = \frac{\bar{X} \cdot s}{\mu \sigma}, Z = \frac{\bar{X} \cdot s}{\mu \sigma \sqrt{n}}$$

(\bar{X} 標本平均; μ 母平均; σ 母標準偏差; s 標本標準偏差; n データ数)

付表2 棄却域の境界の値 (片側)

片側有意水準	0.10	0.05	0.01	0.001
z	1.282	1.645	2.326	3.090

付表3 棄却域の境界の値 (両側)

両側有意水準	0.10	0.05	0.01	0.001
z	1.645	1.960	2.576	3.291

II 環境科学 (物理)

以下の文章を読み、問い (問1～2) に答えなさい。

地球上の物体は重力を受けている。地表での重力加速度を g [m/s^2] とすると質量 m [kg] の物体が受ける重力は $\boxed{\text{①}}$ と表される。 $\boxed{\text{②}}$ は質量を持つ全ての物体は相互に力を及ぼし合っているという万有引力の法則を見出した。これによれば重力も物体と地球の間に働く万有引力であることが理解される。万有引力を式で表すと

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad [\text{N}] \quad \text{式1}$$

ここで F は万有引力 [N]、 G は万有引力定数 [$\text{N m}^2/\text{kg}^2$]、 M は地球の質量 [kg]、 r は地球の中心と物体との距離 [m] である。地球の半径を R [m] とすると、重力加速度 g は G 、 M 、 R を使って

$$g = \boxed{\text{③}} \quad [\text{m/s}^2]$$

と表すことができる。

万有引力による地上での位置エネルギーを考える。位置エネルギーを求めるためには基準をどこに採るかを決めなければならない。万有引力の場合、慣例的に基準を無限遠に採ることが多い。位置エネルギーは力を積分したものだから、積分区間を $r=\infty$ から $r=R$ とし式1を r について積分すれば求めることができる。計算すると位置エネルギー U は

$$U = \boxed{\text{④}} \quad [\text{J}]$$

となる。

問1 $\boxed{\text{①}}$ 、 $\boxed{\text{③} \sim \text{④}}$ に当てはまる適切な式、 $\boxed{\text{②}}$ に当てはまる人名を答えなさい。

問2 地上から質量 m [kg] の物体を速度 v [m/s^2] で垂直に射出する場合を考える。物体は上昇しながら徐々に減速していくが、初速度がある値を超えると地上に落下することなく、無限遠に飛び去ってしまう。物体にエネルギー保存則を適用して無限遠に飛び去ってしまう限界初速度 (第二宇宙速度または第二脱出速度という) を G 、 R 、 M を用いて表しなさい。ただし、摩擦抵抗は無視できるものとする。計算過程も残すこと。

Ⅲ 環境科学（化学）

次の問い（問1～4）に答えなさい。

問1 エチレンの原子間の結合状態を、 sp^2 混成軌道、 σ 結合、 π 結合を使って説明しなさい。

問2 0°C 、 1 atm の理想気体 1.000 cm^3 に含まれるモル数および分子数を求めなさい。

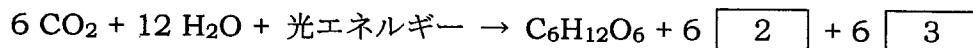
問3 $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ の 0.1 M 水溶液の pH を計算しなさい。ただし、 NH_3 の $K_b=1.8\times 10^{-5}$ とする。

問4 脂肪族飽和炭化水素はパラフィン系炭化水素とも呼ばれ、IUPAC 命名法では、アルカンという。脂肪族飽和炭化水素の名称とその示性式を書きなさい。いくつ挙げても良い。

IV 環境科学 (生物)

次の文章を読み、以下の問い（問1～4）に答えなさい。

植物体の構造やエネルギーの源となる炭素は、 によって獲得される。その反応は全体として、次の化学反応式で表すことができる。



光エネルギーは、葉緑体内の （扁平な袋状の構造）に存在する① 色素に吸収され、有機物合成に用いられる。二酸化炭素は、気孔を通じて葉内に供給される。 植物は、② 昼間に気孔を閉じた状態で が行えるよう、夜間に気孔を開いて二酸化炭素を有機酸に結合させ、 に貯蓄しておく仕組みを持つ。なお、③ 自然界においては一般に、炭素が植物の成長や分布の制限要因になることは稀である。

問1 空欄 から にあてはまる適切な語句を答えなさい。ただし、空欄 と には組成式で答えなさい（順不同）。

問2 下線部①の例を物質名で1つ示しなさい。

問3 下線部②について、昼間に気孔を閉じることはこの植物にどのような利点をもたらすか、30～40字程度で説明しなさい。

問4 下線部③に関して、窒素は炭素と比較して植物の成長や分布の制限要因になりやすいとされる。その理由を、窒素と炭素の物質循環について説明しながら、200～300字程度で論じなさい。ただし、次の4つの語を全て用いること。

[語句：大気、呼吸、窒素固定、硝酸イオン]