専門　I　（数理情報学専攻）

※ 問題 **I** には必ず解答しなさい．さらに，問題 **II**，**III**，**IV** から 2 題を選択して解答しなさい．所定の解答用紙に問題番号と解答を書きなさい．解答用紙は 1 題につき 1 枚を使用しなさい．

I　行列

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

を考える．

(1) A の固有方程式を解いて，固有値を求めなさい．

(2) A の固有値のうちで固有方程式の重解になるものを考える．その固有値に対する固有ベクトルで直交するものを 1 組求めなさい．

II　2 変数関数

$$f(x, y) = x^3 + y^2 + 4xy$$

を考える．

(1) 偏導関数 f_x, f_y を求めなさい．

(2) 曲面 $z = f(x, y)$ の $(x, y) = (1, 1)$ における接平面の方程式を求めなさい．

(3) $f(x, y)$ の停留点 (臨界点) を求め，その点で極値になるかどうか調べなさい．

III 質点を地上のある点から鉛直上方に正の初速度で投げ上げたときの運動を考える．ただし，重力加速度は一定で，質点には速度に比例する空気抵抗がはたらくものとする．変数，定数の記号を適当に設定して，以下の問いに答えなさい．

(1) 地上から質点までの高さを未知関数として，質点の運動方程式を書きなさい．

(2) (1) の運動方程式を解き，質点が最高点に達するまでの時間と最高点の高さを求めなさい．

(3) 質点が地面に衝突することなく落下し続けるとすると，速度の大きさは一定値に近づくことを示しなさい．

IV 配列 a に n 個の正の整数データが小さい順に格納されている．この配列に最も多く現れている整数を求めたい．ただし，$n \geqq 1$ であり，出現回数が最も多い整数が複数ある場合は，より大きい整数をとるものとする．例えば，

$n = 13$, $a =$

3	7	7	7	9	11	11	23	23	23	51	87	87

である場合，23 という値をとることになる．

(1) これをどのような手順で行えばよいかを考え，その手順を説明しなさい．

(2) このようなことを行うプログラムを，C または Java のいずれかのプログラミング言語を用いて書きなさい．ただし，a と n を引数として，最も多く出現している整数 (複数ある場合は最も大きいもの) の値を戻り値として返す関数 (Java の場合はクラスメソッド) の形で書きなさい．$n < 1$ の場合は 0 を戻り値として返すようにしなさい．

専門 I （電子情報学専攻）

次の問題すべてについて解答しなさい。別紙の解答用紙は１問につき１枚ずつ使用し、必ず問題番号を記入しなさい（解答が白紙であっても、すべての用紙に受験番号、氏名、問題番号を記入すること）。

I （数学）

2 変数関数 $z=f(x,y)$ において、x の増分 Δx と y の増分 Δy に対する z の全増分(または単に増分)を Δz とするとき、

$$\Delta z = f(x+\Delta x, y+\Delta y) - f(x,y)$$

である。

次に、x と y の微分、dx と dy は、任意の増分 Δx, Δy とする。

$$dx = \Delta x,\quad dy = \Delta y$$

$z=f(x,y)$ の全微分（微分）を

$$dz = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x}dx + \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}dy$$

と定義する。Δx と Δy が小さいならば全微分 dz は全増分 Δz の良い近似値である。

(1) $z = xy^2$ として、その全微分（微分）dz を求めなさい。

(2) 全増分 $\Delta z = (x+\Delta x)(y+\Delta y)^2 - xy^2$ と全微分の差を求めなさい。

(3) 単振り子の糸の長さを l とすれば、その周期 T は $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ （g：重力加速度）である。l, g が微小量 Δl, Δg 変化したときの T の変化 ΔT を近似的に求めなさい。

II （数学）

行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めなさい。

Ⅲ　（物理）

仕事に関する下記の設問に答えなさい。

(1)　時刻 t に力 $\vec{F}(t)$ を受けて速度 $\vec{v}(t)$ で移動する質点Pがあるとして、下記の問に答えなさい。

(I) 時刻 t から $t+\Delta t$ までの微小時間に力 $\vec{F}(t)$ がする仕事を求めなさい。

(II) 時刻 $t=t_1$ から $t=t_2(>t_1)$ までの間に力 $\vec{F}(t)$ がする仕事を積分を使って求めなさい。

(2) (1) において力 $\vec{F}(t)$ が保存力であるとき、下記の問に答えなさい。

(I) 保存力の一例を示しなさい。

(II) 下記の $\boxed{\ 1\ }$ ～ $\boxed{\ 2\ }$ に当てはまる言葉を答えなさい：
保存力がする仕事は $\boxed{\ 1\ }$ と $\boxed{\ 2\ }$ のみによって決まり、途中の経路によらない。

(III) (2) の (II) に示した結果を導出しよう。そのために、保存力を一般に

$$\vec{F}(t) = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}\right)$$

として記述したとき、(1) の (II) で求めた積分を計算することにより時刻 t_1 から t_2 までの間に力 $\vec{F}(t)$ がする仕事を導出しなさい。ただし、時刻 t における質点Pの位置ベクトルを直交座標系 Oxyz で表して $\vec{r}(t) = \Big(x(t), y(t), z(t)\Big)$ としたとき、U は質点Pの位置エネルギー $U\Big(x(t), y(t), z(t)\Big)$ である。

Ⅳ　（物理）

ブラウン管（ＣＲＴ）における電子ビームの偏向を以下のようにして計算する。空欄に当てはまる文字、数字、式は何か答えなさい。

電子の電荷を$-e$、質量をm、速度をv、磁束密度をBとすると電子に働く力は

$F = \boxed{①}$　（１）

となり図のようにvとBが垂直の場合その大きさは

$F = \boxed{②}$　（２）

である。電子はこの力を受けて半径Rの円軌道を描くため、遠心力とこの力が釣り合って

$\boxed{③}$　（３）

の関係が成立する。その結果

$$R = \frac{mv}{eB} \quad (4)$$

となって円軌道の半径が求まる。電子は円周上を一定速度で回転するので角速度は

$\omega = \boxed{④}$　（５）

となる。これによって回転の周期は

$$T = \frac{2\pi m}{eB} \quad (6)$$

であることが分る。

$m=9.109\times10^{-31}$kg, $e=1.602\times10^{-19}$C であり、いま$B=1.00\times10^{-4}$T とすると Tは $\boxed{⑤}$ となる。

次に電子が磁界の影響を受ける入口と出口での軌道半径のなす角をθとすれば

$l_0 = R\sin\theta$

$y_1 = \boxed{⑥}$　（７）

という関係が成り立つ。上式から$\sin\theta$、$\cos\theta$を消去すれば

$$l_0^2 = y_1(2R - y_1) \quad (8)$$

となるので、$R \gg y_1$の場合は

$$l_0^2 \cong 2Ry_1 \quad (9)$$

となる。これに式(4)を代入して

$\boxed{⑦}$　（１０）

を得る。式（１０）は磁界中ではどこでも成立するので

$$y = \frac{eB}{2mv}x^2 \quad (11)$$

と書き直すことができる。この式をxで微分すると磁界の出口での傾きが分り、

$$\frac{dy}{dx} = \frac{eBl_0}{mv} \quad (12)$$

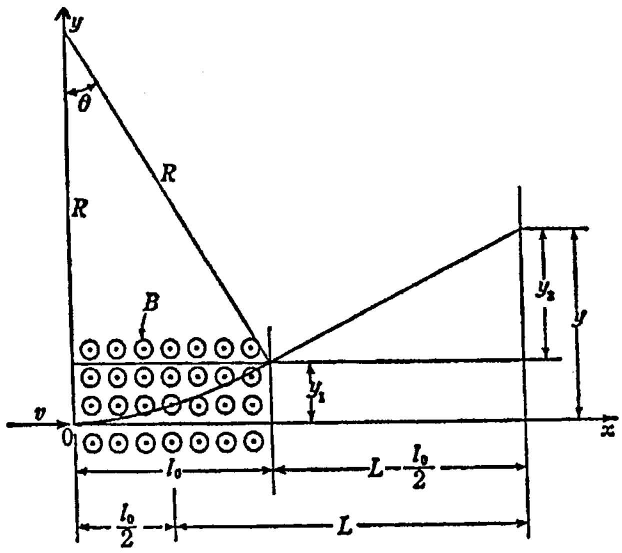
となる。これから

$y_2 = \boxed{⑧}$　（１３）

が得られ、結局、軸からの偏向距離は

$$y = y_1 + y_2 = \frac{eBl_0}{mv}L \quad (14)$$

となる。e、m、Bは先に与えられた量を用い、$v=1.88\times10^6$m/s, $L=30.0$cm とすると偏向距離 2.00cm　を得るためにl_0は $\boxed{⑨}$ cm 必要である。



専門　I（機械システム工学専攻）

〔数　学〕

I．n 次の正方行列 A_n について，${}^tA_n A_n = A_n {}^tA_n = E_n$ が成立するとき，A_n は直交行列という。ただし，${}^tA_n$ は A_n の転置行列，E_n は n 次の単位行列である。以下の問いに答えなさい。

（1）行列 $\begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & x \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & y \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & z \end{bmatrix}$ が直交行列となるように，x，y，z の値を定めなさい。

（2）$|A_n| = \pm 1$　であることを示しなさい。

II．線積分　$\int_C \left[-ydx + xdy\right]$　を，xy 平面上における次の２つの積分路で計算しなさい。

（1）$(0,0)$ から $(1,0)$ まで x 軸上を移動した後，$(1,0)$ から $(1,1)$ まで y 軸に平行に移動する。

（2）$(0,0)$ から $(1,1)$ まで $y = x^2$ に沿って移動する。

III．曲面　$z = 1 - x^2 - y^2$，および xy 平面で囲まれた立体について，以下の問いに答えなさい。

（1）この曲面を xy 平面で切った断面はどのような曲線となるか，式と図で示しなさい。

（2）多重積分を用いてこの立体の体積を求めなさい。

〔物　理〕

I. 次の問いに答えなさい。

(1) 「2つのベクトルが直交しているかどうかを調べるにはその2つのベクトルのベクトル積を調べるとよい。」という命題は正しいか間違いか，理由を付けて答えなさい。

(2) 「惑星の運動を議論するとき，xyz 直角座標（直交直線座標）を使うと便利である。」という命題は正しいか間違いか，理由を付けて答えなさい。

(3) 「人間の体の重心が体の外に出ることはない。」という命題は正しいか間違いか，理由を付けて答えなさい。

(4) 一般に保存力とは何か，ポテンシャルとはどういう量か，式を用いて詳しく説明しなさい。さらに，地球表面での一様な重力は保存力であることを証明し，そのポテンシャルを求めなさい。

(5) 長さa [m]，質量 M [kg] の一様でまっすぐな棒ABと表面の粗い鉛直に立った壁がある。棒の一端Aを壁に垂直にあて，棒の途中の点 C (AC= b) に長さ l(エル)の糸をつけてA の真上の壁上の点 D にその糸で引っ張って支えた。このとき，棒がA点で壁から受ける力と糸の張力を求めなさい。まず全体図を描き，この問い題を解くために使うべき原理，法則などについて説明し，解き方を記した後に実際の計算をしなさい。

次のⅡ，Ⅲ，Ⅳのうち1問を選択して答えなさい。（選択した問題番号を必ず記入のこと）

Ⅱ. 次の問いに答えなさい。

(1) ガウスの法則とはどういう法則か，式を用いて詳しく説明しなさい。

(2) 電荷Qが半径aの球の表面上にのみ均一に分布しているとき，球の中心からの距離 r の関数として電場 $E(r)$ および電位 $V(r)$ を計算し，それらのグラフを描きなさい。

Ⅲ. 次の問いに答えなさい。

(1) 交流電圧や交流電流における実効値とはどう定義される量か式を用いて説明しなさい。

(2) 実効値を使うとどういうことで便利か説明しなさい。

Ⅳ. 次の問いに答えなさい。

(1) ドブロイ波長について説明しなさい。

(2) 質量 $m=9.1\times10^{-31}$ kg，電荷 $e=-1.6\times10^{-19}$ C の電子を，10 kV の電位差で加速した場合のドブロイ波長を求めなさい。ただしプランク定数は$h=6.63\times10^{-34}$ J･s としなさい。

専門　Ⅰ　**（物質化学専攻）**

別紙解答用紙には必ず解答する問題名｛数学、物理、化学基礎・グリーンケミストリー（２枚）｝を記入した上で解答しなさい。なお、化学基礎｛Ⅰ～Ⅲ｝とグリーンケミストリー｛Ⅳ～Ⅴ｝は別々の解答用紙に解答しなさい。

〔数　学〕

Ⅰ　ヒュッケル近似によるエチレンの永年方程式

$$\begin{vmatrix} \alpha - E & \beta \\ \beta & \alpha - E \end{vmatrix} = 0$$

を解いて、π 結合に関するエネルギー準位を求めなさい。ここで、α (<0) はクーロン積分、β (<0) は共鳴積分を表すものとする。

Ⅱ　正電荷 e、質量 m、速度 v をもつ荷電粒子が磁束密度 B の磁場中におかれたときの運動方程式は、

$$m\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = e\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}$$

である。ここで×は外積の記号をあらわす。$v_z = 0$、$B_x = B_y = 0$、$B_z = B$ (= 一定) として計算すると、上式は、

$$\begin{pmatrix} m\dfrac{dv_x}{dt} \\ \\ m\dfrac{dv_y}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} eBv_y \\ \\ -eBv_x \end{pmatrix}$$

となる。この解が、$v_x = v_0 \sin \omega t$、$v_y = v_0 \cos \omega t$ という形になるとしたとき、角速度 ω はどのような値でなければならないかを答えなさい。ただし、v_0 は定数とする。

〔物　理〕

次のⅠおよびⅡの問題に答えなさい。
必要なら次の(物理)定数を用いなさい。
プランク定数　$h = 6 \times 10^{-34}$ Js,　光の速度　$c = 3 \times 10^{8}$ ms^{-1},　電子の質量　$m_e = 1 \times 10^{-30}$ kg,
プロトンの質量 $m_p = 2 \times 10^{-27}$ kg, プロトンの電荷 $e = 2 \times 10^{-19}$ C,　$\pi = 3$

Ⅰ　波長が 0.1 nm のX線の光子のエネルギーEと運動量Pを求めなさい。

Ⅱ　電気抵抗 R [Ω]の断面積 S [m^2]、長さ L [m]の導線の両端に、電圧を V [V]を印加して電流 I [A]を $\varDelta t$ [s] の時間流した。以下の問に答えなさい。
(1) オームの法則を示しなさい。
(2) 電気抵抗 R と電気抵抗率 ρ の関係を示しなさい。
(3) 電気抵抗率 ρ と導電率 σ の関係を示しなさい。
(4) この導線に供給した電力 H を示しなさい。
(5) この導線で消費したエネルギー U を示しなさい。

〔化学基礎・グリーンケミストリー〕

I　1気圧におけるエタノールの沸点は 78.3 ℃であり、同じ分子量のジメチルエーテルの沸点は−24.8 ℃である。エタノールの沸点の方がはるかに高い理由を説明せよ。

II　マイクロ波領域における気体分子の回転スペクトルにおいて、N_2 分子は回転スペクトルが観測されないが、同じ2原子分子である CO 分子では回転スペクトルが観測される。N_2 分子では観測されず CO 分子では観測される理由について説明せよ。

III　AgCl(s)の 25 ℃における溶解度積を、次の電極反応の 25 ℃における標準電極電位から求めよ。

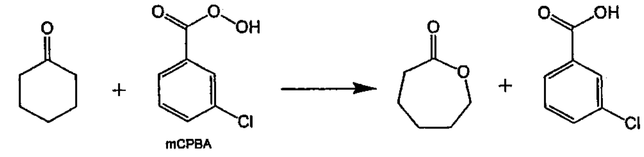
$$AgCl\,(s) + e^- \rightleftarrows Ag\,(s) + Cl^-\,(aq) \qquad E_0 = +0.2\ V \qquad (1)$$

$$Ag^+\,(aq) + e^- \rightleftarrows Ag\,(s) \qquad E_0 = +0.8\ V \qquad (2)$$

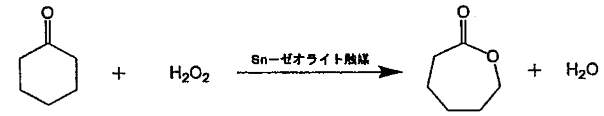
ただし、25 ℃において 2.303 RT/F は 0.06 として計算せよ。

IV. 以下に示すシクロヘキサノンの酸化反応では、酸化剤として mCPBA (反応 A) や過酸化水素 (反応 B) を用いることができる。

A



B



反応温度、反応時間、収率がほぼ同じであるとき、グリーンケミストリーの観点からみると、酸化剤として mCPBA と過酸化水素のどちらを利用するのが望ましいか。また、その理由を１００～２００字程度で述べなさい。

・望ましい酸化剤　(　　　　　　　　)

・その理由

V. 近年、主に自動車燃料への利用を目的として、サトウキビやトウモロコシから生産されるバイオエタノールが注目されている。地球環境の保全、エネルギー問題の視点から、バイオエタノールの利点を述べなさい。また、バイオエタノールの急速な普及がもたらす社会問題についても指摘しなさい（あわせて２００～３００字程度で記しなさい）。

専門 I （情報メディア学専攻）

〔数 学〕

I 以下の問いに答えなさい。

(1) 行列$\begin{pmatrix} 5/8 & 3/8 \\ 3/8 & 5/8 \end{pmatrix}$の固有値を求め、この行列を対角化する直交行列を求めよ。

(2) 2 次元平面(x, y)上の図形$5x^2 + 6xy + 5y^2 = 8$は、座標を回転させることによって通常の楕円の方程式に変換される。この回転座標(x', y')における図形の方程式を求めよ。また、座標(x', y')は元の座標(x, y)に対して何度回転させたものかを答えよ。

II 以下の問いに答えなさい。

αを実数とする

関数$p(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\alpha)^2}$に対して、$\int x \cdot p(x) dx = \dfrac{\alpha}{\sqrt{2}}$となることを証明しなさい。

なお、積分の範囲は$-\infty$から$+\infty$とする。

また、$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$であることとは利用してよい。

〔基礎情報学〕

I　以下の問題を読み、(1)〜(3) の各問を解答しなさい。

「ハノイの塔」とは、以下のルールに従ってすべての円盤を左端の杭 a から中央の杭 b に移動させる問題であるとする。

- 3 本の杭 a、b、c と、中央に穴の開いた大きさの異なる N 枚の円盤から構成される。
- 最初はすべての円盤が左端の杭 a に小さいものが上になるように順に積み重ねられている。
- 円盤を一回に一枚ずつどれかの杭に移動させることができるが、小さな円盤の上に大きな円盤を乗せることはできない。

以下のプログラムは、再帰呼び出しを利用して「ハノイの塔」の問題を解決するプログラムである。

```
/*-- 「ハノイの塔」の問題解決プログラム --*/
#include<stdio.h>

void hanoi(int n, char a, char b, char c);

int main(void) {
  int n;

  printf("円板の枚数を入力してください ⇒ ");
  scanf("%d", &n);
  hanoi(n, 'a', 'b', 'c');

  return 0;
}

void hanoi(int n, char a, char b, char c) {
  if(n > 0){
    hanoi(n - 1,a,c,b);
    printf("%d 番の板を %c から %c に移動\n", n, a, b);
    [   (1)   ]
  }
}
```

(1) プログラミング技法の一つである「再帰呼び出し」とはなにかを述べよ。

(2) プログラムの [　(1)　] の部分を補い、プログラムを完成させなさい。

(3) $N = 3$ の場合のプログラムの出力結果を記述しなさい。

〔情報メディア基礎〕

I　以下の問いに答えなさい。

(1) 標準テレビ（NTSC 方式）のデジタル化のパラメータ（標本化周波数と量子化数）は、コンポーネント信号の場合、輝度信号(13.5Mhz、8 ビット)、各色差信号(6.75Mhz、8 ビット)である。トータルビットレートを求めよ。

(2) 画像データの圧縮について、可逆圧縮と非可逆圧縮の違いおよび、各々の代表的な圧縮法を簡潔に説明しなさい。

II　以下の問いに答えなさい。

2 つの音響波形 $x_1(t)$, $x_2(t)$ について考える。いずれも正弦波であり,以下の式で表されるものとする。

$$x_1(t) = A_1 \sin(\omega t)$$
$$x_2(t) = A_2 \sin(\omega t)$$

ここで, $A_2 = \dfrac{A_1}{2}$ の場合,波形 $x_1(t)$ と $x_2(t)$ のレベル差を dB で求めよ。

なお,もし必要なら $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ として計算せよ。

専門　I　（環境ソリューション工学専攻）

以下の 4 つの分野（I～IV）の中から 3 分野を選択して、解答しなさい。なお、それぞれの分野は別々の解答用紙に解答し、解答用紙には解答した分野番号を明記すること。

I．環境科学（数学分野）

以下の問い（問１～３）に答えなさい。解答用紙には、途中の計算過程も残すこと。

問１　次の式で表される関係を、縦軸に y を、横軸に x をとり、$0<x\leqq 5$ の範囲についてグラフに描きなさい。必要であれば、$\ln(5)\fallingdotseq 1.6$、$\exp(1)\fallingdotseq 2.7$、$\exp(-5)\fallingdotseq 0.067$ の近似値を利用しなさい。

(1)　$y = x\cdot\ln(x) - x$　　(2)　$y = x\cdot e^{-x}$

問２　次の行列の固有値と固有ベクトルを求めなさい。

(1)　$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$　　(2)　$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

問３　次の微分方程式を、$x=1$　のとき　$y=2$　の条件の下で解きなさい。

$$x\frac{dy}{dx} = 2y$$

問４　次の方程式から定数 c を消去して、微分方程式を導きなさい。

(1)　$y = c\cdot e^{x}$　　(2)　$y = c\cdot x$

II. 環境科学（物理分野）

以下の文章を読み，問い（問１～２）に答えなさい。

ボールを真上に投げるとボールは重力により少しずつ減速しながら上昇していき，そのうち最高点に達して速度が０になる。ボールを投げてから最高点に達するまでのボールの運動に着目すると，速度が減少し，代わりに高さが増加している。つまり，速度が高さに変換されていることが判る。このように運動と高さは交換可能である。力学的エネルギー保存則はこの交換関係を運動エネルギーと位置エネルギーの和が一定であるという式で表現したものであり，ボールの質量 m [kg]，ボールの速度 v [m/s]，ボールの基準面からの高さ h [m]，重力加速度 g [m/s²]を用いて $\boxed{①}$=一定と表される。

力学的エネルギー保存則は水や空気等の流体に対しても考えることができる。流体の場合は，ボールと違って大きさが一定しないため，単位体積当りの質量（密度）ρ [kg/m³]で考える。流体の流速を v [m/s]，流体の基準面からの高さを h [m]とすると，流体の運動エネルギーは $\boxed{②}$，位置エネルギーは $\boxed{③}$ で表される。加えて，流体の場合，運動エネルギーと位置エネルギー以外に圧力 p [Pa]を考慮する必要がある。例えば，鉛直に設置され，上端が開放されている管の中で静止している水に圧力をかけると水は管の中を上昇する。つまり，圧力が高さ（位置エネルギー）に変換されるからである。圧力まで考慮した流体の力学的エネルギー保存則は $\boxed{④}$=一定と表される。これを $\boxed{⑤}$ という。

<ins>$\boxed{⑤}$ を使って霧吹きの原理を考えてみよう。霧吹きの構造は図のようになっている。霧吹きを作動させると空気が噴霧管の中を流速 v [m/s]で流れ，噴霧管内の圧力が下がる。その結果，水が吸い出され，流れている空気に瞬間的に混合されて霧が発生するのである。</ins>

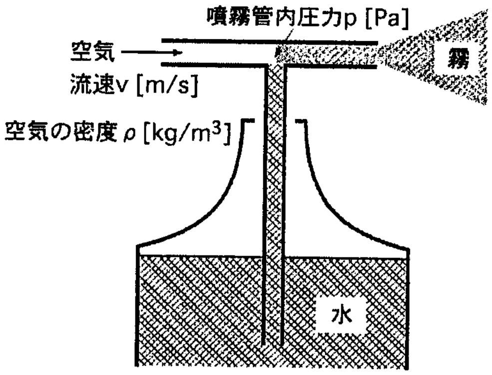


図. 噴霧器の構造

問１　$\boxed{①\sim④}$ に当てはまる適切な式，$\boxed{⑤}$ に当てはまる適切な用語を答えなさい。

問２　下線部について，霧吹きの噴霧管の内部と噴霧管の外部の間で $\boxed{⑤}$ を適用し，噴霧管内の圧力 p と大気圧 P_0 の差 (P_0-p) を流速 v [m/s]を用いて表しなさい。ただし，圧力変化に伴う空気の体積変化および水が空気に混合することによる密度変化は無視できるものとする。導出過程も解答用紙に残しておくこと。

III　環境化学（化学分野）

以下の問い（問 1～4）に答えなさい。なお、必要に応じて log2=0.301, log3=0.477, log5=0.699, log7=0.845 を用いること。

0.05M の炭酸ナトリウム($NaCO_3$)溶液 50ml を、0.1M の塩酸(HCl)溶液で滴定していくと、pH が緩やかに変化していく。滴定を続けると pH の緩やかな変化がつづくが、<u>第一当量点に達すると急激に pH が変化しはじめる</u>(a)。さらに滴定を続けると、再び pH の変化は緩やかになるが、<u>第二当量点に達すると再び急激に pH が変化する</u>(b)。

問 1　下線部(a)と下線部(b)では、それぞれ異なる化学反応が完了していることが考えられる。その化学反応を示す下式の空欄（い）～（は）に当てはまるイオン種を答えなさい。

下線部(a)で完了している反応

$\boxed{CO_3^{2-}}$ $+H^+=$ $\boxed{（い）}$

下線部(b)で完了している反応

$\boxed{（ろ）}$ $+H^+=$ $\boxed{（は）}$

問 2　いま、滴定量が第一当量点より少ない状態での溶液の pH は、以下に示すような炭酸の第二酸解離定数 K_2 より導くことができる。pH を表す式を示しなさい。

$$K_2 = \frac{[H^+][CO_3^{2-}]}{[HCO_3^-]}$$

問 3　HCl の滴定量とその際の溶液中成分の濃度を下の表に示す。各時点での溶液の pH（空欄(A)から(C)）を答えなさい。ただし K_2 の値は $4.7x10^{-11}$, $\log K_2$ は-10.3 を用いること。

HCl 滴定量	CO_3^{2-}濃度	HCO_3^-濃度	pH
10.0 ml	0.0330 M	0.0165 M	(A)
12.0 ml	0.0250 M	0.0250 M	(B)
20.0 ml	0.0100 M	0.0400 M	(C)

問 4　大気中の二酸化炭素(CO_2)濃度と平衡状態にある自然水の pH が炭酸塩に支配されると仮定すると、pH は以下の式で示される。

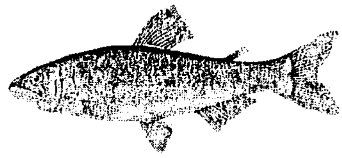
$$pH = -\log(K_H[CO_2]) - \log K_1 + \log[HCO_3^-]$$

ただし $K_H = \dfrac{[H_2CO_3]}{[CO_2]}$ ：大気中 CO_2 の水中への溶解平衡定数 ($1.7x10^{-3}$, $\log K_H$=-2.8)

K_1：炭酸の第一酸解離定数($K_1=4.5x10^{-7}$, $\log K_1=-6.5$)である。

この式を用いて、大気中 CO_2 濃度が $1.4x10^{-5}$M および $2.2x10^{-5}$M の状態における、自然水の pH をそれぞれ求めなさい。なおいずれの場合も、炭酸由来の$[CO_3^{2-}]$,$[HCO_3^-]$, $[H_2CO_3]$の構成割合はそれぞれ 0%, 5%, 95%とする。

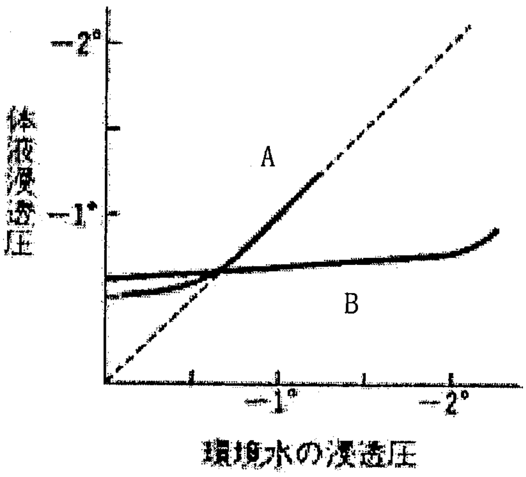
IV. 環境科学（生物分野）　下記の問題（問１～７）に答えなさい。



問１ アユ（右図）が属する分類群の名称として適切なものを、解答群からすべて答えなさい。
［解答群：顎口動物、直泳動物、新口動物、脊椎動物、腕足動物、大顎動物、軟骨魚類］

問２　アユのように、海と淡水の両方を生活史の段階に応じて規則的に利用する魚類を通し回遊魚という。通し回遊魚に該当しない魚種を、解答群から２つ、答えなさい。
［解答群：マグロ、ヨシノボリ、ウナギ、シロザケ、メダカ］

問３　右図は、魚類の体液浸透圧が環境水の浸透圧変化に対してどのように変化するかを示す模式的なグラフである。縦軸・横軸は体液・環境水の浸透圧の相対的な大きさを示し、淡水は0°、海水は-1.5°付近に相当する。点線は環境水と体液の浸透圧が等しい状態を示す。２本の曲線は、通し回遊魚と、海水での塩分耐性を持たないコイの変化を示す。曲線A、Bのうち、コイの曲線はどちらか、答えなさい。



問４　淡水での浸透圧調節ができない硬骨海水魚の体液浸透圧は、環境水の浸透圧変化に対してどのように変化するか。解答用紙にグラフを描いて示しなさい。

問５　通し回遊魚の鰓にある塩類細胞で行われる能動輸送は、通し回遊魚の塩分耐性にどのような役割を果たしているか、簡潔に説明しなさい。

問６　通し回遊魚であるサクラマスとサツキマスは分布域が異なる一方、形態的特徴は類似点が多い。この２種が、E. W. マイアによる生物学的種概念に照らして、同種であるか別種であるかを確認するにはどうすべきか。できるだけ直接的に検証する方法を 40 字程度で説明しなさい。

問７　バクテリアなど、原始的形質を保持する生物においては、生物学的種概念の適用は困難であるとの指摘があるが、それは何故か。生物学的種の適用が困難である理由を、40 字程度で説明しなさい。